தமிழ்நாடு அரசு

ஏழாம் வகுப்பு

கணக்கு

பருவம் - III

தொகுதி - 2

தமிழ்நாடு அரசு விலையில்லாப் பாடநூல் வழங்கும் திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்பட்டது

பள்ளிக் கல்வித்துறை

தீண்டாமை மனிதநேயமற்ற செயலும் பெருங்குற்றமும் ஆகும்

தமிழ்நாடு அரசு

முதல் பதிப்பு – 2019

திருத்திய பதிப்பு – 2022

மறு பதிப்பு – 2020, 2021, 2023
2024

(புதிய பாடத்திட்டத்தின் கீழ்
வெளியிடப்பட்ட முப்பருவ நூல்)

விற்பனைக்கு அன்று

பாடநூல் உருவாக்கமும்
தொகுப்பும்

மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி
மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்
© SCERT 2019
நூல் அச்சாக்கம்

தமிழ்நாடு பாடநூல் மற்றும்
கல்வியியல் பணிகள் கழகம்

www.textbooksonline.tn.nic.in

உலகில் பல பேசும் மொழிகள் இருந்தாலும், உலகின் ஒரே பொது மொழி கணிதமாகும். இதனை எளிய முறையில் மாணவர்களுக்கு அளிப்பதே இப்பாடநூலின் அடிப்படை நோக்கமாகும்.

கணிதமானது எண்கள், சமன்பாடுகள், அடிப்படைச் செயலிகள் படிநிலைகள் என்பதைவிட புரிதலை அடிப்படையாகக் கொண்டது.

– வில்லியம் பவுல் தர்ஸ்டன்

அன்றாட வாழ்விலும், இயற்கையிலும் எல்லா இடங்களிலும் கணித அனுபவம் இயற்கையோடு இணைந்தே உள்ளது என்பதை உணர்ந்து கொள்ளுதல்

பொருளடக்கம்

இயல்	தலைப்பு	பக்கம்	மாதம்
1	**எண்ணியல்**	**1 - 25**	**ஜனவரி**
1.1	அறிமுகம்	1	
1.2	தசம எண்களை முழுதாக்கல்	2	
1.3	தசம எண்கள் மீதான செயல்பாடுகள்	4	
2	**சதவீதமும் தனிவட்டியும்**	**26 - 47**	**பிப்ரவரி**
2.1	அறிமுகம்	26	
2.2	அன்றாட வாழ்க்கையில் சதவீதம்	34	
2.3	தனிவட்டி	39	
3	**இயற்கணிதம்**	**48 - 71**	**பிப்ரவரி**
3.1	அறிமுகம் – முற்றொருமைகள்	48	
3.2	வடிவக் கணிதத்தில் ஒருறுப்புக் கோவைகளின் பெருக்கல்	49	
3.3	முற்றொருமைகளின் வடிவியல் நிரூபணம்	52	
3.4	முற்றொருமைகளைப் பயன்படுத்திக் காரணிப்படுத்துதல்	59	
3.5	அசமன்பாடுகள்	63	
4	**வடிவியல்**	**72 - 94**	**பிப்ரவரி & மார்ச்**
4.1	அறிமுகம்	75	
4.2	உருமாற்றங்களின் விளைவாகச் சமச்சீர் தன்மை	76	
4.3	வட்டங்களையும் பொதுமைய வட்டங்களையும் வரைதல்	88	
5	**புள்ளியியல்**	**95 - 112**	**மார்ச்**
5.1	அறிமுகம்	95	
5.2	தரவுகளைச் சேகரித்தல்	96	
5.3	தரவுகளின் அமைப்பு	96	
5.4	பிரதிநிதித்துவ மதிப்புகள்	97	
5.5	கூட்டுச் சராசரி (அ) (சராசரி)	98	
5.6	முகடு	101	
5.7	இடைநிலை (இடைநிலையளவு)	105	
6	**தகவல் செயலாக்கம்**	**113 - 126**	**மார்ச்**
6.1	திட்டமிடல்	113	
6.2	செயல்வழிப் படம்	118	
	விடைகள்	**127 - 138**	
	கலைச்சொற்கள்	**139**	

மின்நூல்

மதிப்பீடு

அலகு

1

எண்ணியல்

57DXZ

கற்றல் நோக்கங்கள்

- தசம எண்களை முழுமையாக்கத் தெரிந்து கொள்ளுதல்.
- தசம எண்களின் நான்கு அடிப்படை செயல்பாடுகளைப் புரிந்து கொள்ளுதல்.

தசம எண்கள் – மீள்பார்வை

முன் பருவத்தில் தசம எண்களைப் பற்றி நாம் கற்றறிந்தோம். கீழ்க்கண்ட வினாக்களுக்கு விடையளிப்பதன் மூலம் அவற்றை மீண்டும் ஒரு முறை மீள்பார்வை செய்வோம்.

இவற்றை முயல்க

1. $\frac{1}{4}$ என்ற பின்னத்தைத் தசம எண்ணாக மாற்றுக.
2. 63.257 இல் 5 இன் இடமதிப்பு என்ன?
3. 75.036 இல் பத்தாம் இடத்திலுள்ள இலக்கத்தினைக் கண்டறிக.
4. 3.75 என்ற தசம எண்ணைப் பின்னமாக மாற்றுக.
5. $5\frac{1}{5}$ என்ற கலப்பு பின்னத்தைத் தசம எண்ணாக எழுதுக.
6. 0.567, 0.576 இவற்றில் எது பெரிய எண்?
7. 3.30, 3.03 இவற்றை ஒப்பிடுக. மேலும் இவற்றில் சிறிய எண்ணைக் கண்டறிக.
8. சரியான குறியிடுக. (<,>,=)

   2.57 ☐ 2.570
9. கீழ்க்காணும் தசம எண்களை ஏறுவரிசையில் எழுதுக.

   5.14, 5.41, 1.54, 1.45, 4.15, 4.51

1.1 அறிமுகம்

மணி, காய்கறிகளை வாங்குவதற்காகக் கடைவீதிக்குச் சென்றார். கீழ்க்காணும் அட்டவணையில் உள்ளவாறு ஐந்து விதமான காய்கறிகளின் விலைப்பட்டியல் அளிக்கப்பட்டுள்ளது.

படம் 1.1

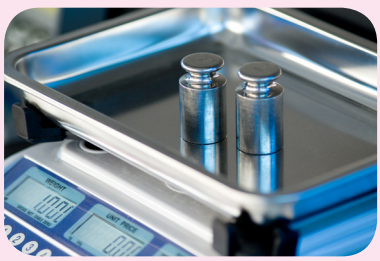
வ.எண்	காய்கறிகளின் பெயர்	விலை/கிலோ (ரூபாயில்)
1	வெண்டைக்காய்	40.00
2	கத்தரிக்காய்	42.75
3	பீன்ஸ்	91.50
4	கேரட்	90.50
5	மணி மிளகு	100.00

- மேற்காணும் காய்கறிகளின் விலையை மணி முழு எண்களாக மாற்ற விரும்புகிறார்.
- ஒவ்வொரு தசம எண்ணையும் எவ்வாறு முழுதாக்க இயலும்?

1.2 தசம எண்களை முழுதாக்கல்

பண மதிப்பைத் தோராயப்படுத்தவும், நேரக் கணக்கு முறை, தூரங்களை அளவீடு செய்தல் மற்றும் பல இயற்பியல் அளவீட்டு முறைகளிலும் தசம எண்களை முழுதாக்குதல் பயன்படுகிறது. அவற்றைப் பற்றி இங்கு காண்போம்.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் தசம எண்கள்



எடை இயந்திரம்

விலைப் பட்டியல்

பெட்ரோல் பங்க்

முழு எண்களை முழுதாக்கும் முறை போன்றே தசம எண்களையும் முழுதாக்க இயலும்.

தசம எண்களை முழுதாக்கும் வழிமுறைகள் :

1. முழுதாக்கும் இலக்கத்தினை முதலில் அடிக்கோடிடுக. பின்பு அதற்கு வலதுபுறம் உள்ள இலக்கத்தினைப் பார்க்க.
2. அந்த இலக்கமானது 5 ஐ விடக் குறைவாக இருப்பின், அடிக்கோடிட்ட இலக்கம் மாறாது.
3. வலப்புற இலக்கமானது 5 அல்லது 5 ஐ விட அதிகமாக இருப்பின் அடிக்கோடிட்ட இலக்கத்துடன் 1ஐக் கூட்ட வேண்டும்.
4. முழுதாக்கியப் பிறகு, அடிக்கோடிட்ட இலக்கத்திற்கு அடுத்துள்ள இலக்கங்களை விட்டுவிட வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.1 2.367 ஐ அதற்கு அருகேயுள்ள முழு எண்ணிற்கு முழுதாக்குக.

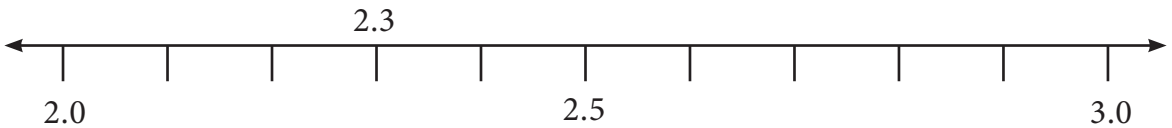
தீர்வு

2.367 இல் முழுதாக்கக்கூடிய இலக்கத்தை அடிக்கோடிடுக.

2.367 அடிக்கோடிட்ட இலக்கத்திற்கு வலதுபுறம் உள்ள இலக்கம் 3, அந்த இலக்கமானது 5 ஐ விடக் குறைவு.

ஆகவே, அடிக்கோடிட்ட இலக்கம் 2 ஆகவே இருக்கும்.

கீழ்க்காணும் எண் கோட்டினைக் காண்க.



எண்கோட்டில் 2.3 ஆனது 2.0 இக்கு மிக அருகில் உள்ளது. எனவே, 2.367 இக்கு அருகிலான முழு எண் 2 ஆகும்.

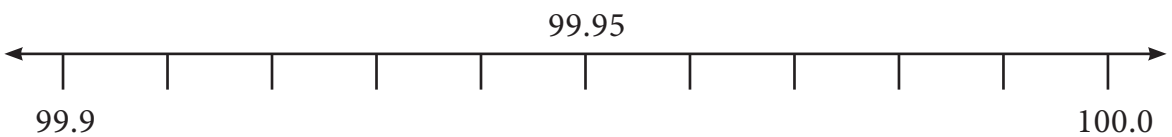
எடுத்துக்காட்டு 1.2 99.95 ஐப் பத்தில் ஒன்றாம் இடத்திற்கு முழுதாக்குக.

தீர்வு

99.95 இல் முழுதாக்க வேண்டிய இலக்கத்தினை அடிக்கோடிடுக.

99.95 அடிக்கோடிட்ட இலக்கத்திற்கு வலதுபுறம் உள்ள இலக்கம் 5 ஆகும். எனவே, பத்தில் ஒன்றாம் இலக்கத்துடன் (அடிக்கோடிட்ட இலக்கத்துடன்) 1 ஐக் கூட்ட நமக்குக் கிடைக்கும் முழுதாக்கப்பட்ட எண் 100.

கீழ்க்காணும் எண் கோட்டினைப் பார்க்க



எனவே 99.95 ஐ முழுதாக்க நமக்குக் கிடைப்பது 100.0 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.3 52.6583 ஐ இரு தசம இடத்திருத்தமாக மாற்றுக.

தீர்வு

52.6583 இல் இரு தசம இடத்திருத்தம் என்பது நூறில் ஒன்றாம் $\left(\frac{1}{100}\right)$ இடத்திற்கு முழுதாக்குவதைக் குறிக்கிறது.

நூறில் ஒன்றாம் இடத்தினை $\left(\frac{1}{100}\right)$ அடிக்கோடிடுக.

52.6583. அடிக்கோடிட்ட இடத்திற்கு வலதுபுறம் இருக்கும் மதிப்பு 8 ஆகும். இது 5 ஐ விட அதிகம். எனவே, அடிக்கோடிட்ட இலக்கத்துடன் 1ஐக் கூட்ட நமக்குக் கிடைப்பது 52.66

எனவே, 52.6583 இன் இரு தசம இடத்திருத்தம் 52.66 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.4 189.0007 ஐ மூன்று தசம இடத்திருத்தமாக மாற்றுக.

தீர்வு:

189.0007 இல் மூன்று தசம இடதிருத்தம் என்பது ஆயிரத்தில் ஒன்றாம் இடத்தினைக் $\left(\frac{1}{1000}\right)$ குறிக்கிறது.

189.0007 இல் ஆயிரத்தில் ஒன்றாம் இடத்தினை அடிக்கோடிடுக.

189.0007 அடிக்கோடிட்ட ஆயிரத்தில் ஒன்றாம் இலக்கத்திற்கு வலதுபுறம் உள்ள இலக்கம் 7 ஆகும். இது 5 ஐ விட அதிகமான மதிப்பாகும்.

எனவே, அடிக்கோடிட்ட இலக்கத்துடன் 1ஐக் கூட்ட வேண்டும். இறுதியில் நமக்குக் கிடைக்கும் மூன்று தசம இடத்திருத்த எண் 189.001 ஆகும்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

இக்காலத்தில், தசம எண்களைப் பெருக்க, வகுக்க கணினி (computer), **கணிப்பான்** (calculator) **மற்றும் அலைபேசியைப் பயன்படுத்துகிறார்கள். ஆனால், தசம எண்களைப் பெருக்க அன்று மடக்கை அட்டவணையே** (logarithm table) **மிகவும் பயன்படுத்தப்பட்டது.**

பயிற்சி 1.1

1. கீழ்க்காணும் தசம எண்களை அதற்கு அருகிலுள்ள முழு எண்ணிற்கு முழுதாக்குக.
   (i) 8.71 (ii) 26.01 (iii) 69.48
   (iv) 103.72 (v) 49.84 (vi) 101.35
   (vii) 39.814 (viii) 1.23
2. கீழ்க்காணும் தசம எண்களைக் கொடுக்கப்பட்ட இட மதிப்பிற்கு முழுதாக்குக.
   (i) 5.992 இக்குப் பத்தில் ஒன்றாம் இடம்.
   (ii) 21.805 இக்கு நூறில் ஒன்றாம் இடம்.
   (iii) 35.0014 இக்கு ஆயிரத்தில் ஒன்றாம் இடம்.
3. கீழ்க்காணும் தசம எண்களை ஒரு தசம இடத்திருத்தமாக மாற்றுக.
   (i) 123.37 (ii) 19.99 (iii) 910.546
4. கீழ்க்காணும் தசம எண்களை இரு தசம இடத்திருத்தமாக மாற்றுக.
   (i) 87.755 (ii) 301.513 (iii) 79.997
5. கீழ்க்காணும் தசம எண்களை மூன்று தசம இடத்திருத்தமாக மாற்றுக.
   (i) 24.4003 (ii) 1251.2345 (iii) 61.00203

1.3 தசம எண்கள் மீதான செயல்பாடுகள்

தசம எண்களைப் பற்றி நாம் ஏற்கனவே கற்றறிந்தோம். மேலும், தசம எண்களைப் பின்னமாக மாற்றவும், அதன் இடமதிப்பு குறித்தும் நாம் கற்றோம். இங்கு, நாம் தசம எண்கள் மீதான நான்கு அடிப்படைச் செயல்பாடுகள் குறித்துக் கற்போம்.

1.3.1 தசம எண்களின் கூட்டலும் கழித்தலும்

இனியா நோட்டுப் புத்தகத்தை ₹ 46.50 இக்கும், பென்சில் பெட்டியை ₹ 16.50 இக்கும் வாங்குகிறார். கடைக்காரரிடம் அவள் ₹ 100 ஐக் கொடுத்தாள் எனில், அவள் பெறும் மீதித் தொகை எவ்வளவு?

இரு பொருள்களின் விலையினைக் கூட்ட, அவள் கடைக்காரருக்குச் செலுத்த வேண்டிய தொகை நமக்குக் கிடைக்கும்.

நோட்டுப் புத்தகத்தின் விலை ₹ 46.50 மற்றும் பென்சில் பெட்டியின் விலை ₹ 16.50

இவ்விரு தொகையையும் கூட்டிச் செலுத்த வேண்டிய தொகையினைக் கணக்கிடலாம்.

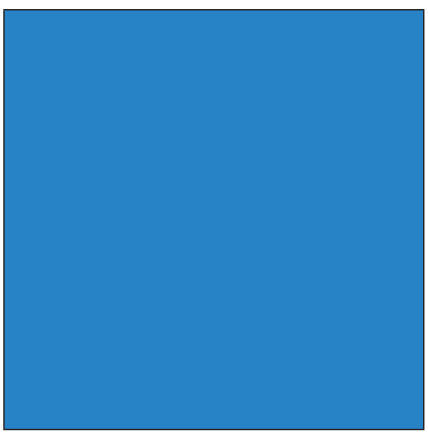
அவள் பெறும் மீதித் தொகையினைக் கணக்கிட ₹ 100 இலிருந்து செலுத்திய மொத்தத் தொகையினைக் கழிக்க வேண்டும். மொத்தத் தொகையையும் மீதித் தொகையையும் கணக்கீடு செய்வதன் மூலம் நாம் தசம எண்களின் கூட்டலையும் கழித்தலையும் புரிந்துகொள்ள இயலும்.

மாதிரிகள் மூலம் தசம எண்களின் கூட்டல் மற்றும் கழித்தல்

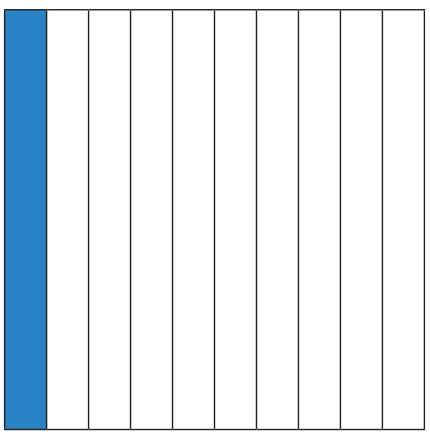
தசம எண்கள் மீதான கூட்டல் மற்றும் கழித்தலானது தசம அட்டவணை அல்லது பரப்பளவு முறையைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் புரிந்துகொள்ள இயலும்.

i) அட்டவணை முறை :

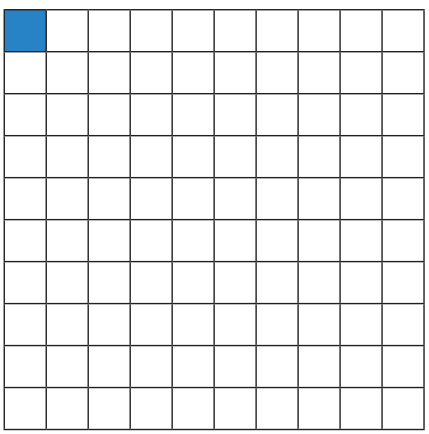
கீழ்க்காணும் அட்டவணைகள் 1.0, 0.1 மற்றும் 0.01 என்ற தசம எண்களைக் குறிக்கின்றது.



முழு எண் பகுதியான 10 இக்குப் 10 அட்டவணையானது 1 அல்லது 1.0 ஐக் குறிக்கின்றது



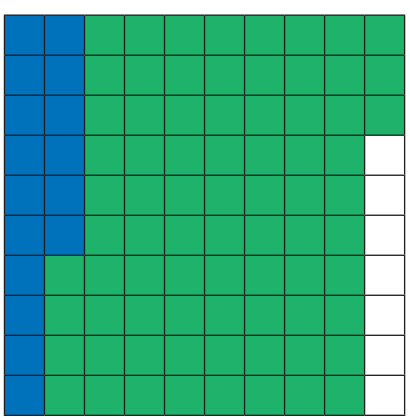
ஒவ்வொரு செவ்வகப் பரப்பும் பத்தில் ஒன்றை அல்லது 0.1 ஐக் குறிக்கின்றது



ஒரு சிறிய சதுரமும் நூறில் ஒன்றை அல்லது 0.1 ஐக் குறிக்கின்றது

இந்த அட்டவணைகளைப் பயன்படுத்தித் தசம எண்கள் மீதான கூட்டல் மற்றும் கழித்தல் செயல்பாடுகளை முயல்வோம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.5 0.16 மற்றும் 0.77 ஐ தசம அட்டவணை முறையைப் பயன்படுத்திக் கூட்டுக.



படம் 1.2

தீர்வு

இங்கு $0.16 = \frac{16}{100}$, $0.77 = \frac{77}{100}$

முதலில் 0.16 பகுதியையும், பிறகு 0.77 பகுதியையும் நிழலிடுக.

அதாவது, படத்திலுள்ள 100 சதுரங்களில் முதலில் 16 சதுரங்களையும் பின்னர் 77 சதுரங்களையும் நிழலிடுக.

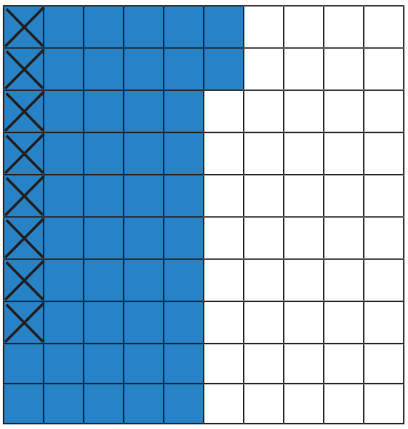
எனவே,

0.16 + 0.77 = 0.93 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.6 0.52 – 0.08 என்பதைத் தசம அட்டவணை முறையைப் பயன்படுத்திக் கண்டறிக.

தீர்வு

இங்கு, $0.52 = \frac{52}{100}$, $0.08 = \frac{8}{100}$ ஆகும். 0.52 என்ற பகுதியை முதலில் வண்ணத்தால் நிரப்புக. பிறகு 0.08, அதாவது $\frac{8}{100}$ என்ற பகுதியை நிரப்பிய பகுதியில் குறுக்குக்கோடு இடுக. குறுக்குக் கோடு இடாத பகுதியே மீதமாகும். அதாவது, 0.52 – 0.08 = 0.44



படம் 1.3

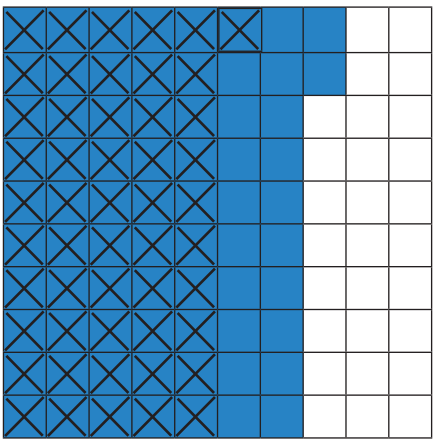
எடுத்துக்காட்டு 1.7 தசம அட்டவணை முறையில் 0.72 – 0.51 இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு

100 கட்டங்கள் உள்ள சதுரத்தைக் கருதுக. அவற்றுள் 72 கட்டங்களை நிழலிடுக. இது 0.72 ஐக் குறிக்கிறது.

பிறகு இந்த 72 நிழலிட்ட கட்டங்களில், 51 கட்டங்களுக்குக் குறுக்குக்கோடு இடுக. இது 0.72 இலிருந்து 0.51 ஐக் கழிப்பதைக் குறிக்கிறது. மீதமுள்ள நிழலிட்டப் பகுதியே தேவையான மதிப்பாகும்.

எனவே, 0.72 – 0.51 = 0.21



படம் 1.4

இவற்றை முயல்க

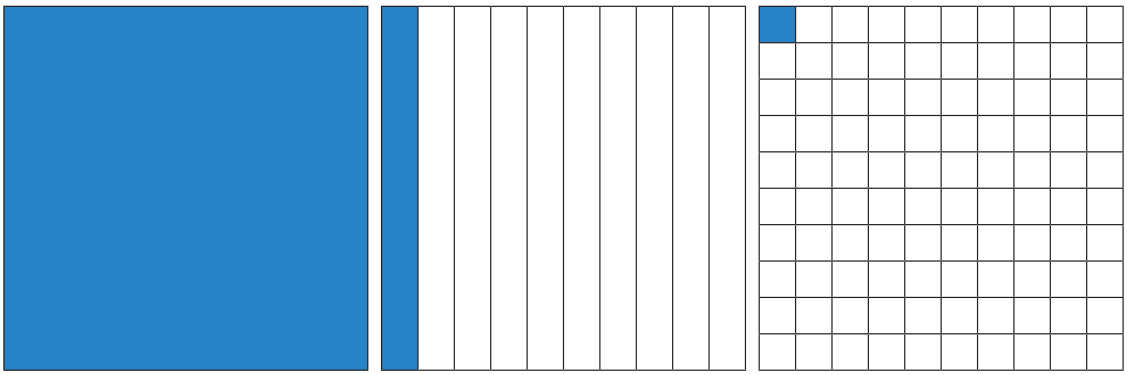
கீழ்க்கண்டவற்றினை அட்டவணை முறை மூலம் கண்டறிக:

(i) 0.83 + 0.04

(ii) 0.35 – 0.09

(ii) பரப்பளவு முறை

தசம எண்களின் முழு எண் பகுதி என்பது ஒரு சதுரப் பரப்பு ஆகும். மேலும், சதுரத்தில் $\frac{1}{10}$ ஆவது பாகம் என்பது மெல்லிய செவ்வக வடிவப் பகுதியையும் அதாவது பத்தில் ஒரு தசமப் பகுதி (0.1) யையும், மேலும் சதுரத்தில் $\frac{1}{100}$ ஆவது பாகம் என்பது சிறிய சதுர பகுதியையும், அதாவது நூறில் ஒன்றாம் இடத்தையும் (0.01) குறிக்கிறது. இதேபோன்று மற்ற தசம எண் பகுதிகளையும் குறிக்கலாம்.



1.0 0.1 0.01

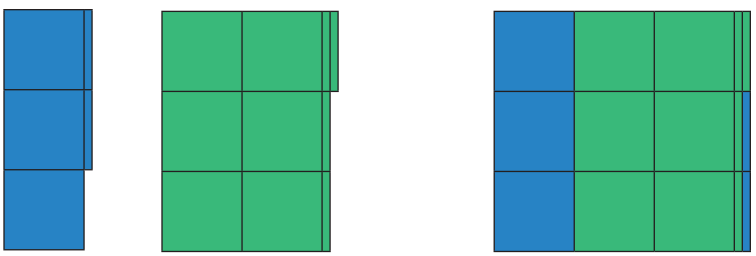
சதுரம் மற்றும் செவ்வகப் பரப்புகளைப் பயன்படுத்தித் தசம எண்களின் கூட்டலையும் கழித்தலையும் செய்வதற்கு முயற்சிக்கலாம்.

குறிப்பு

$\frac{1}{100}$ ஆவது பாகம் என்பது $\frac{1}{10}$ இன் $\frac{1}{10}$ ஆவது பாகத்திற்கு சமம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.8 3.2 + 6.4 இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு



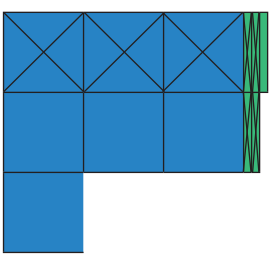
3.2 6.4 9.6

இங்கு 3.2 என்பது நீல வண்ணமாகவும், 6.4 என்பது பச்சை வண்ணமாகவும் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது. எனவே, 3.2 + 6.4 = 9.6 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.9 7.5 – 3.4 இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு

தசம எண் 7.5 என்பது 7 சதுரங்களையும், 5 செவ்வகப் பட்டைகளையும் குறிக்கின்றது. இவற்றில் 7 சதுரங்களிலிருந்து 3 சதுரங்களையும், 5 செவ்வகப் பட்டைகளிலிருந்து 4 செவ்வகப் பட்டைகளையும் குறுக்குக் கோடிட்ட பிறகு மீதம் இருப்பது 4.1 ஆகும்.



படம் 1.5

இவற்றை முயல்க

பரப்பளவு முறையைப் பயன்படுத்திக் கீழ்க்கண்டவற்றினைத் தீர்க்க.

(i) 1.2 + 3.5

(ii) 3.5 – 2.3

(iii) இடமதிப்பு அட்டவணை முறை

இதுவரை அட்டவணை மாதிரிகளைப் பயன்படுத்தி, தசம எண்களின் கூட்டலையும் கழித்தலையும் கற்றோம். முன் வகுப்புகளில், தசம எண்களை இடமதிப்பு அட்டவணையில் குறிப்பது பற்றிக் கற்றிருக்கிறோம். அதே இடமதிப்பு அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி தசம எண்களின் கூட்டலையும் கழித்தலையும் செய்வது பற்றிப் பார்ப்போம்.

உதாரணமாக, 4.38 மற்றும் 1.67 ஐக் கூட்டப் பின்வருமாறு கிடைக்கிறது.

தசம எண்	ஒன்றுகள்	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்
4.38	4	3	8
1.67	1	6	7
6.05	6	0	5

எனவே, 4.38 + 1.67 = 6.05

எடுத்துக்காட்டு 1.10 கீழ்க்கண்டவற்றைக் கூட்டுக:

(i) 30.9 + 52.73 (ii) 25.67+33.856

தீர்வு

(i) 30.9 + 52.73

இடமதிப்பு அட்டவணையைப் பயன்படுத்துக.

தசம எண்	பத்துகள்	ஒன்றுகள்	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்
30.9	3	0	9	0
52.73	5	2	7	3
83.63	8	3	6	3

எனவே, 30.9 + 52.73 = 83.63

(52.73 இல் உள்ள தசம இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை 2 ஆகும். ஆனால், 30.9 இல் உள்ள தசம இலக்கம் 1 மட்டும்தான். எனவே, நூறில் ஒன்றாம் இலக்க மதிப்பாக 0 ஐச் சேர்த்து, 30.9 இன் தசம இலக்கத்தையும் 2 ஆக எழுத வேண்டும்).

(ii) 25.67 + 33.856

இடமதிப்பு அட்டவணையைப் பயன்படுத்துக.

தசம எண்	பத்துகள்	ஒன்றுகள்	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்	ஆயிரத்தில் ஒன்றுகள்
25.67	2	5	6	7	0
33.856	3	3	8	5	6
59.526	5	9	5	2	6

எனவே, 25.67 + 33.856 = 59.526

குறிப்பு

தசம இலக்கங்களின் வலதுபுறம் 0 ஐ சேர்ப்பதனால் அந்த எண்ணின் மதிப்பு மாறாது.

எடுத்துக்காட்டு 1.11 தினந்தோறும் மலர் 1.820 கி.மீட்டரை பேருந்திலும், 295 மீட்டரை நடந்தும் பள்ளியை அடைகிறாள். வீட்டிலிருந்து பள்ளியின் தொலைவினை கி.மீட்டரில் கண்டறிக.

தீர்வு

பேருந்தில் கடந்த தொலைவு = 1.820 கி.மீ

நடந்து கடந்த தொலைவு = 0.295 கி.மீ

மொத்தத் தொலைவு = 1.820 + 0.295

= 2.115 கி.மீ

1000 மீ=1 கி.மீ; 1மீ = $\frac{1}{1000}$ கி.மீ

எனவே, 295 மீ = $\frac{295}{1000}$ கி.மீ

= 0.295 கி.மீ

எனவே, வீட்டிலிருந்து பள்ளியானது 2.115 கி.மீ தொலைவிலுள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 1.12 4.97 இலிருந்து 2.85 ஐக் கழிக்கவும்.

தீர்வு

4.97 – 2.85 = ?

இடமதிப்பு அட்டவணையைப் பயன்படுத்துக.

தசம எண்	ஒன்றுகள்	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்
4.97	4	9	7
2.85	2	8	5
2.12	2	1	2

எனவே, 4.97 – 2.85 = 2.12

எடுத்துக்காட்டு 1.13 12.7 இலிருந்து 3.09 ஐக் கழிக்கவும்.

தீர்வு

12.7 – 3.09 = ?

இடமதிப்பு அட்டவணையைப் பயன்படுத்துக.

தசம எண்	பத்துகள்	ஒன்றுகள்	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்
12.7	1	2	7	0
3.09		3	0	9
9.61		9	6	1

எனவே, 12.7 – 3.09 = 9.61

குறிப்பு

1. தசம இலக்கங்களைச் சமன்படுத்த இலக்கங்களின் வலதுபுற முடிவில் 0 ஐச் சேர்க்கலாம்.
2. தசம இலக்கங்களின் வலப்புற இறுதியில் சேர்க்கப்படும் பூச்சியம், தசம எண்களைக் கூட்டவோ அல்லது கழிக்கவோ உதவும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.14 86.9 இலிருந்து 32.042 ஐக் கழிக்கவும்.

தீர்வு

	86.900
(–)	32.042
	54.858

எனவே, 86.9 – 32.042 = 54.858

இவற்றை முயல்க

நிரல், நிரை மற்றும் மூலை விட்டங்களின் கூடுதல் 1.5 என வருமாறு கீழேயுள்ள மாயச்சதுரத்தினை நிரப்புக.

0.8		0.6
	0.5	
0.4		

எடுத்துக்காட்டு 1.15 நரேன் 7.4 கி.கி மாம்பழங்களை வாங்கினார். வீட்டிற்குச் செல்லும் வழியில், 4.650 கி.கி மாம்பழங்களைத் தனது சகோதரிக்கு அளித்துவிட்டார். அவரிடம் மீதமுள்ள மாம்பழங்களின் எடையைக் கண்டறிக.

தீர்வு

நரேன் வாங்கிய மாம்பழங்கள் = 7.4 கி.கி

நரேன் தனது சகோதரிக்கு வழங்கிய மாம்பழங்கள் = 4.650 கி.கி

மீதமுள்ள மாம்பழங்களின் எடை = 7.400 – 4.650 கி.கி.

= 2.750

படம். 1.6

எனவே, மீதமுள்ள மாம்பழங்களின் எடை 2.750 கி.கி ஆகும்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

நாம் அன்றாட வாழ்வில் பணப்பரிமாற்றம், எடை, நீளங்களை அளத்தல், முதலானவற்றில் தசம எண்களைப் பயன்படுத்துகிறோம். மிகத் துல்லியமாக அளவீடு தேவைப்படும்போது நாம் தசம எண்களைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

பயிற்சி 1.2

1. அட்டவணை முறையைப் பயன்படுத்திக் கூட்டுக. 0.51 + 0.25
2. இடமதிப்பு அட்டவணையைப் பயன்படுத்திக் கீழ்க்கண்டவற்றைக் கூட்டுக.
   (i) 25.8 + 18.53 (ii) 17.4 + 23.435
3. அட்டவணை முறையைப் பயன்படுத்தி 0.46 – 0.13 இன் மதிப்பைக் காண்க.
4. இடமதிப்பு அட்டவணையைப் பயன்படுத்திக் கீழ்கண்டவற்றினை கழிக்க.
   (i) 9.231 இலிருந்து 6.567 (ii) 7 இலிருந்து 3.235
5. சுருக்குக: 23.5 – 27.89 + 35.4 – 17.
6. சுலைமான் 3.350 கி.கி உருளைக்கிழங்கு, 2.250 கி.கி தக்காளி மற்றும் வெங்காயம் வாங்குகிறார். மொத்தப் பொருட்களின் எடை 10.250 கி.கி எனில், வெங்காயத்தின் எடை எவ்வளவு?
7. 0.713 ஐப் பெறுவதற்கு 7.1 இலிருந்து எவ்வளவைக் கழிக்க வேண்டும்?
8. 53.7 கிலோ மீட்டரை விட 35.6 கி.மீ எவ்வளவு குறைவாக உள்ளது?
9. அகிலன் வடிவியல் பெட்டியை ₹25.75 இக்கும், பென்சிலை ₹3.75 இக்கும், பேனாவை ₹17.90 இக்கும் வாங்குகிறான். கடைக்காரரிடம் ₹50 ஐக் கொடுக்கிறான் எனில், அவன் திரும்பப் பெறும் தொகை எவ்வளவு?
10. 3.8 செ.மீ பக்க அளவைக் கொண்ட சமபக்க முக்கோணத்தின் சுற்றளவைக் காண்க?

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

11. 1.0 + 0.83=?
    (i) 0.17 (ii) 0.71 (iii) 1.83 (iv) 1.38
12. 7.0 – 2.83 = ?
    (i) 3.47 (ii) 4.17 (iii) 7.34 (iv) 4.73
13. 3.51 இலிருந்து 1.35 ஐக் கழிக்க
    (i) 6.21 (ii) 4.86 (iii) 8.64 (iv) 2.16

14. இரு தசம எண்களின் கூடுதல் 4.78. அவற்றில் ஒரு தசம எண் 3.21 எனில் மற்றொரு தசம எண்__

(i)1.57 (ii) 1.75 (iii)1.59 (iv) 1.58

15. இரு தசம எண்களின் வேறுபாடு 86.58. அவற்றில் ஓர் எண் 42.31 எனில் மற்றொரு தசம எண்____

(i) 128.89 (ii) 128.69 (iii) 128.36 (iv) 128.39

1.3.2 தசம எண்களின் பெருக்கல்

மதன் ஒரு மீட்டருக்கு ₹75.50 மதிப்புள்ள சட்டைத் துணியை வாங்க விரும்பினார். அச்சட்டையைத் தைப்பதற்கு 1.5 மீட்டர் அவருக்குத் தேவைப்படுகிறது எனில், அவர் எவ்வளவு பணத்தைச் செலுத்த வேண்டும். இங்கு நாம் 75.50 ஐ 1.5 ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

அன்றாட வாழ்வில் இதுபோன்ற பல சூழ்நிலைகளில் நாம் தசம எண்களின் பெருக்கலைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

(i) மாதிரி மூலமாகத் தசம எண்களின் பெருக்கல்

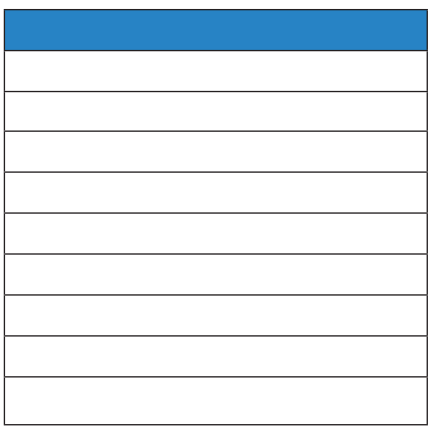
அட்டவணை முறையைப் பயன்படுத்தித் தசம எண் பெருக்கலைக் காண்போம்.

0.1×0.1 இன் மதிப்பைக் காண்போம்

$0.1 = \frac{1}{10}$. இங்கு $0.1 \times 0.1 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ ஆகும்.

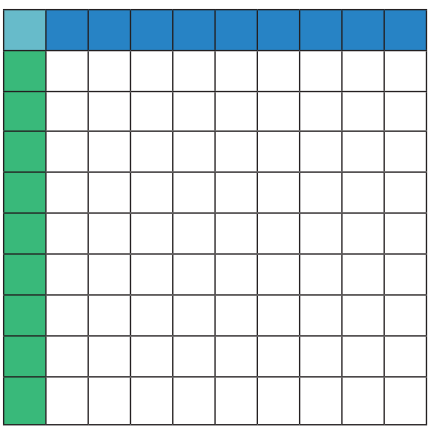
அதாவது, $\frac{1}{10}$ இல் $\frac{1}{10}$

$\frac{1}{10}$



படம் 1.7

$\frac{1}{10}$ இல் $\frac{1}{10} = \frac{1}{100}$



படம் 1.8

கிடைமட்டமாக $\frac{1}{10}$ ஐ நீல வண்ணத்திலும் (படம் 1.7), செங்குத்தாக $\frac{1}{10}$ ஐ பச்சை வண்ணத்திலும் நிழலிடுக (படம் 1.8).

இப்போது, $\frac{1}{10}$ இல் $\frac{1}{10}$ என்பது பொதுப்பகுதி, அதாவது $\frac{1}{100}$ ஆகும்.

அதாவது, $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0.01$

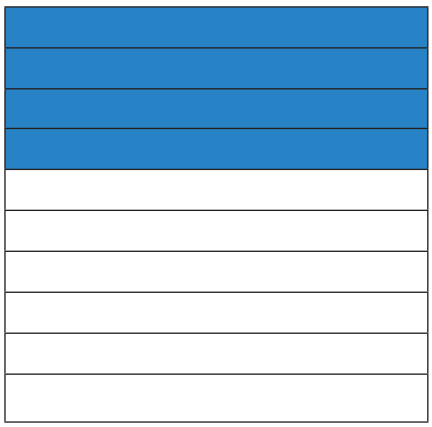
எனவே, $0.1 \times 0.1 = 0.01$.

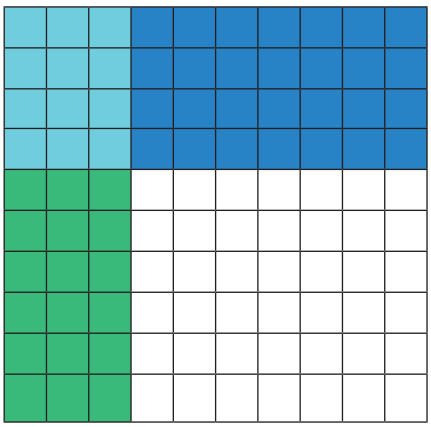
எடுத்துக்காட்டு 1.16 0.3×0.4 இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு

முதலில் அட்டவணையில் 0.4 ஐக் குறிப்பதற்கு 4 நிரைகளை நீல வண்ணத்திலும், 0.3 ஐக் குறிப்பதற்கு 3 நிரல்களைப் பச்சை வண்ணத்திலும் நிரப்புக. இரண்டு அட்டவணைகளையும் சேர்க்கும்போது 12 சதுரங்களில் இரு வண்ணங்களும் கலக்கின்றன. அதாவது 12 நூறில் ஒன்றுகளைக் குறிக்கின்றது அல்லது 0.12 ஆகும். எனவே, $0.3 \times 0.4 = 0.12$

$\frac{4}{10}$ $\qquad$ $\frac{3}{10}$ இல் $\frac{4}{10} = \frac{12}{100}$





குறிப்பு

0.12 இல் உள்ள தசம இலக்கங்கள் 2 ஆகும். எனவே, இரு தசம எண்களைப் பெருக்கும்போது கிடைக்கும் பெருக்கற்பலனின் தசம இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையானது அவ்விரு எண்களில் உள்ள தசம இலக்கங்களின் எண்ணிக்கைகளின் கூடுதலாக அமையும்.

பரப்பளவு மாதிரி

பரப்பளவு முறையில், தசம எண்களைக் கூட்டவும் கழிக்கவும் முன்பே நாம் கற்றறிந்தோம். அதே முறையில், இப்போது தசம எண்களைப் பெருக்குவோம். பின்வரும் எடுத்துக்காட்டைக் கருதுக.

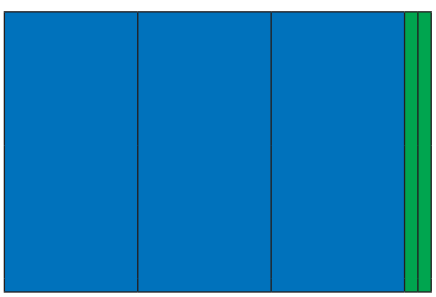
எடுத்துக்காட்டு 1.17 பெருக்குக: 3.2×2.1

தீர்வு

3.2×2.1 என்னும் தசமப் பெருக்கலை, ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பாகக் குறிக்கவும். படம் 1.9 இல் உள்ளவாறு ஒரு செவ்வகத்தை கருத்தில் கொள்வோம்.

படம் 1.9

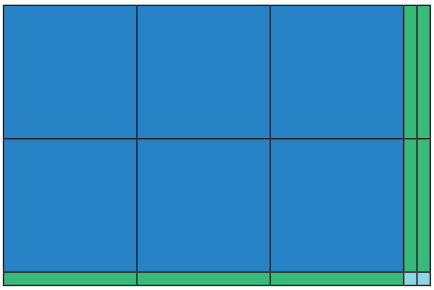
செவ்வகத்தின் நீளம் படம் 1.10 இல் உள்ளவாறு 3 முழு எண் பகுதிகளாகவும், 2 பத்தில் ஒன்று பகுதிகளாகவும் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. இச்செவ்வகமானது (படம் 1.10) 2.1 ஆல் பெருக்கப்படுவதால், நாம் படம் 1.11 இல் உள்ளவாறு இச்செவ்வகத்தின் அகலத்தை 2 முழு எண் பகுதிகளாகவும், 1 பத்தில் ஒன்று பகுதியாகவும் பிரிக்கின்றோம்.



படம். 1.10

இப்போது, ஒவ்வொரு நிரை வரிசையிலும் 3 முழு எண் பகுதிகளும், 2 பத்தில் ஒன்று பகுதிகளும் இருக்கும். அதேபோல் ஒவ்வொரு நிரல் வரிசையிலும் 2 முழு எண் பகுதிகளும், 1 பத்தில் ஒன்றுகளும் இருக்கும். ஆக மொத்தமாக, இந்தப் பரப்பு மாதிரியில் 6 முழுப் பகுதிகளும், 7 பத்தில் ஒன்று பகுதிகளும் மற்றும் 2 நூறில் ஒன்று பகுதிகளும் இருக்கும்.

ஆகவே, $3.2 \times 2.1 = 6.72$



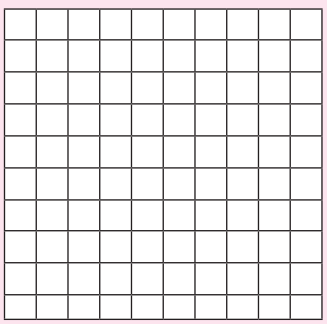
படம் 1.11

சிந்திக்க

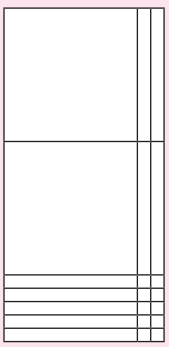
2.1×3.2 மற்றும் 21×32 ஐ பெருக்கக் கிடைப்பது, ஒரே பெருக்கற்பலனா? அல்லது வெவ்வேறானவையா?

இவற்றை முயல்க

(i) அட்டவணை முறையைப் பயன்படுத்திப் பெருக்குக. 0.3×0.6.



(2) பரப்பளவு முறையைப் பயன்படுத்திப் பெருக்குக 1.2×2.5



எடுத்துக்காட்டு 1.18 கீழ்க்கண்டவற்றின் பெருக்கற்பலனைக் காண்க.

(i) 2.3×1.4 (ii) 5.6×3.2

தீர்வு

(i) 2.3×1.4

முதலில், 23×14 ஐப் பெருக்குக.

$23 \times 14 = 322$

இப்போது, $2.3 \times 1.4 = 3.22$

2.3	← 1 தசம இலக்கம்
× 1.4	← 1 தசம இலக்கம்
92	
23	
3.22	← 2 தசம இலக்கங்கள்

(ii) 5.6×3.2

முதலில், 56×32 ஐப் பெருக்குக.

$56 \times 32 = 1792$

இப்போது, $5.6 \times 3.2 = 17.92$

5.6	← 1 தசம இலக்கம்
× 3.2	← 1 தசம இலக்கம்
112	
168	
17.92	← 2 தசம இலக்கங்கள்

எடுத்துக்காட்டு 1.19 3.75 மீ அளவுடைய ஒரு சுடிதார் துணியை இளையா என்பவள் ஒரு மீட்டர் ₹ 62.50 என வாங்குகிறார் எனில், அவர் எவ்வளவு தொகையைச் செலுத்த வேண்டும்?.

தீர்வு

சுடிதார் துணியின் விலை = ₹ 62.50 / மீ

சுடிதார் துணியின் அளவு = 3.75 மீ

செலுத்த வேண்டியத் தொகை = 3.75 × 62.50

= ₹ 234.3750

= ₹ 234.38 (இரு தசம இடத்திருத்தங்கள்)

	62.50	← இரு தசம இடங்கள்
×	3.75	← இரு தசம இடங்கள்
	31250	
	43750	
	18750	
	234.3750	← நான்கு தசம இடங்கள்

எடுத்துக்காட்டு 1.20 ஒரு செவ்வகத்தின் நீள, அகலங்கள் முறையே 23.5 செ.மீ மற்றும் 1.5 செ.மீ எனில், அதன் பரப்பளவு காண்க.

தீர்வு

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = (நீளம் × அகலம்) ச.அ

இங்கு நீளம் (l) = 23.5 செ.மீ, அகலம் (b) = 1.5 செ.மீ

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = 23.5 × 1.5

= 35.25 ச.செ.மீ

	23.5	← 1 தசம இடம்
×	1.5	← 1 தசம இடம்
	1175	
	235	
	35.25	← 2 தசம இடங்கள்

(ii) தசம எண்களை 10,100 மற்றும் 1000 ஆல் பெருக்குதல்

முதல் பருவத்தில் நாம் தசம எண்களைப் பின்னமாக மாற்றும் முறையைக் கற்றறிந்தோம். இப்பொழுது 45.6 மற்றும் 4.56 ஐக் கருதுக.

இவற்றைப் பின்னமாகக் குறிப்பிட, நாம் பெறுவது

$$45.6 = 40 + 5 + \frac{6}{10} = 45 + \frac{6}{10} = \frac{456}{10}$$

$$4.56 = 4 + \frac{5}{10} + \frac{6}{100} = \frac{456}{100}$$

இவ்விரு பின்னங்களையும் ஒப்பிட, தசமப் புள்ளியை அடுத்து ஒரு தசம இலக்கம் இருப்பின் பகுதி 10 ஆகவும், தசமப் புள்ளியை அடுத்து இரு தசம இலக்கங்கள் இருப்பின் பகுதியில் 100 ஆகவும் வருவதைப் பார்க்கின்றோம்.

இப்பொழுது நாம் தசம எண்களை 10, 100 மற்றும் 1000 ஆல் பெருக்கக் கிடைப்பது பற்றிக் காண்போம்.

இவற்றை முயல்க

$2.35 \times 10 = \frac{235}{100} \times 10 = \frac{235}{10} = 23.5$	7.63×10 = _____	63.237×10 = _____
$2.35 \times 100 = \frac{235}{100} \times 100 = 235 = 235.0$	7.63×100 = _____	63.237×100 = _____
$2.35 \times 1000 = \frac{235}{100} \times 1000 = 2350.0$	7.63×1000 = _____	63.237×1000 = _____
$0.6 \times 10 = \frac{6}{10} \times 10 = 6$	$0.6 \times 100 = \frac{6}{10} \times 100$ = _____	$0.6 \times 1000 = \frac{6}{10} \times 1000$ = _____

மேற்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து நீங்கள் அறிவது என்ன? பெருக்கலின்போது தசமப் புள்ளிகளில் ஏற்படும் இடமாற்றமே அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. $2.35 \times 10 = 23.5$ இல் இலக்கங்கள் ஒன்றே அதாவது 2, 3, 5 (பெருக்கும்போது இலக்கங்கள் எவ்வித மாற்றமும் அடைவது இல்லை). இப்போது 2.35 மற்றும் 23.5 ஐ உற்று நோக்குக. தசமப் புள்ளியானது வலதுபுறம் (அல்லது) இடதுபுறம் இடமாற்றம் அமைந்துள்ளதா? தசமப் புள்ளியானது வலதுபுறம் ஓர் இடம் இடமாற்றம் அடைந்துள்ளது. மேலும் இங்கு, 10 இல் ஒரு பூச்சியம் உள்ளது.

$2.35 \times 100 = 235.0$ இல், 2.35 மற்றும் 235 ஐ உற்று நோக்கினால் எத்தனை இலக்கங்கள் தசமப் புள்ளியானது இடமாற்றம் பெற்றுள்ளது என அறியலாம். தசமப் புள்ளியானது வலதுபுறம் இரண்டு இலக்கங்கள் நகர்ந்துள்ளது. மேலும் இங்கு, 100 இல் இரு பூச்சியங்கள் இருப்பதைக் கவனிக்கவும்.

இதே போன்று $2.35 \times 1000 = 2350.0$ இல் தசமப் புள்ளியானது வலது புறமாக மூன்று இடங்கள் இடமாற்றம் செய்யப்பட்டு, 235 உடன் ஒரு பூச்சியம் சேர்க்கப்பட்டுள்ளது. 1000 இல் மூன்று பூச்சியங்கள் இருப்பதைக் கவனிக்கவும்.

இவற்றை முயல்க

(i) 9.13×10

(ii) 9.13×100

(iii) 9.13×1000

எனவே, தசம எண்களை 10, 100 மற்றும் 1000 ஆல் பெருக்கும்போது தசம எண்களில் உள்ள இலக்கங்கள் மாறாது. ஆனால் பெருக்கலின்போது 1 ஐத் தொடர்ந்து வரும் பூச்சியங்களைப் பொறுத்துத் தசமப் புள்ளியானது வலதுபுறமாக இடமாற்றம் அடைகின்றது.

இதனை அடிப்படையாகக் கொண்டு, கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பெருக்கல்களைக் காண்போம்,

$0.02 \times 10 = 0.2$; $0.02 \times 100 = 2$ மற்றும் $0.02 \times 1000 = 20$

கீழ்க்கண்டவற்றின் மதிப்பைக் காண்க.

$2.76 \times 10 = ?$

$2.76 \times 100 = ?$

$2.76 \times 1000 = ?$

எடுத்துக்காட்டு 1.21 கீழ்க்கண்டவற்றின் மதிப்பைக் காண்க.

(i) 3.26×10 (ii) 3.26×100 (iii) 3.26×1000

(iv) 7.01×10 (v) 7.01×100 (vi) 7.01×1000

தீர்வு

(i) $3.26 \times 10 = 32.6$

(ii) $3.26 \times 100 = 326.0$

(iii) $3.26 \times 1000 = 3260.0$

(iv) $7.01 \times 10 = 70.1$

(v) $7.01 \times 100 = 701.0$

(vi) $7.01 \times 1000 = 7010.0$

எடுத்துக்காட்டு 1.22 ஒரு விலங்கியல் பூங்காவைப் பார்வையிடுவதற்கு மாணவர்களுக்கான சலுகை நுழைவுச் சீட்டின் மதிப்பு ₹ 12.50 எனில், 20 நுழைவுச்சீட்டுகளுக்கு நாம் எவ்வளவு தொகையைச் செலுத்த வேண்டும்?

தீர்வு

நுழைவுச் சீட்டின் விலை = ₹ 12.50

20 நுழைவுச் சீட்டிற்கான தொகை = 12.50×20 = ₹ 250.0

தசம எண்களை, 10, 100, 1000 ஆல் பெருக்குவது குறித்துக் கற்றோம். இதேபோன்று, நாம் தசம எண்களை 0.1, 0.01 மற்றும் 0.001 ஆல் பெருக்கும் முறையைப் பற்றிக் காண்போம். பின்வருவனவற்றை உற்று நோக்குக.

$$12.3 \times 0.1 = \frac{123}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{123}{100} = 1.23$$

$$12.3 \times 0.01 = \frac{123}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{123}{1000} = 0.123$$

$$12.3 \times 0.001 = \frac{123}{10} \times \frac{1}{1000} = \frac{123}{10000} = 0.0123$$

இவற்றிலிருந்து நாம் புரிந்துகொள்வது, தசமப் புள்ளி இடதுபுறமாக நகர்கிறது.

- 0.1 ஆல் பெருக்கும்போது தசமப் புள்ளியானது ஒரு இடம் இடதுபுறமும், 0.01 ஆல் பெருக்கும்போது தசமப் புள்ளியானது இரண்டு இடம் இடதுபுறமும், 0.001 ஆல் பெருக்கும்போது தசமப் புள்ளியானது மூன்று இடம் இடதுபுறமும் நகர்கிறது.
- 0.1, 0.01 மற்றும் 0.001 ஆல் பெருக்குபோது தசம எண்களில் தசமப் புள்ளிக்கு முன்பு பூச்சியம் தேவை எனில் இடப்படுகிறது.

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக:

11.6×0.1	$\frac{116}{10} \times \frac{1}{10}$	–	–
11.6×0.01	–	–	–
11.6×0.001	–	–	–

பயிற்சி 1.3

1. கீழ்க்கண்டவற்றில் பெருக்கற்பலனைக் காண்க.
   (i) 0.5×3 (ii) 3.75×6 (iii) 50.2×4
   (iv) 0.03×9 (v) 453.03×7 (vi) 4×0.7
2. அடிப்பக்கம் 6.8 செ.மீ மற்றும் உயரம் 3.5 செ.மீ அளவுடைய இணைகரத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.
3. நீளம் 23.7 செ.மீ மற்றும் அகலம் 15.2 செ.மீ அளவுடைய செவ்வகத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.
4. கீழ்க்கண்டவற்றைப் பெருக்குக
   (i) 2.57×10 (ii) 0.51×10 (iii) 125.367×100 (iv) 34.51×100
   (v) 62.735×100 (vi) 0.7×10 (vii) 0.03×100 (viii) 0.4×1000
5. ஒரு குழந்தையின் மிதிவண்டிச் சக்கரமானது ஒரு முழுச்சுற்றுக்கு 49.7 செ.மீ தூரத்தைக் கடக்கிறது எனில், 10 முழுச் சுற்றுக்கு அது கடக்கும் தூரத்தைக் கண்டறிக.

6. ஒரு வரைபடத்தாளின் விலை ₹1.50 ஆகும். ராதா ஒரு செருகேடு தயாரிக்க 20 வரைபடத் தாள்களை வாங்குகிறாள் எனில், அவள் செலுத்த வேண்டியத் தொகையானது எவ்வளவு?

7. கீழ்க்கண்டவற்றில் பெருக்கற்பலனைக் காண்க.

(i) 3.6×0.3 (ii) 52.3×0.1 (iii) 537.4×0.2

(iv) 0.6×0.06 (v) 62.2×0.23 (vi) 1.02×0.05

(vii) 10.05×1.05 (viii) 101.01×0.01 (ix) 100.01×1.1

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

8. $1.07 \times 0.1 =$ _____

(i) 1.070 (ii) 0.107 (iii) 10.70 (iv) 11.07

9. $2.08 \times 10 =$ _____

(i) 20.8 (ii) 208.0 (iii) 0.208 (iv) 280.0

10. ஒரு தவளை ஒரு தாவலில் 5.3 செ.மீ தூரம் தாவுகிறது எனில், 10 முறை அவ்வாறு தாவும்போது அந்தத் தவளை கடந்த தொலைவு _____

(i) 0.53 செ.மீ (ii) 530 செ.மீ (iii) 53.0 செ.மீ (iv) 53.5 செ.மீ

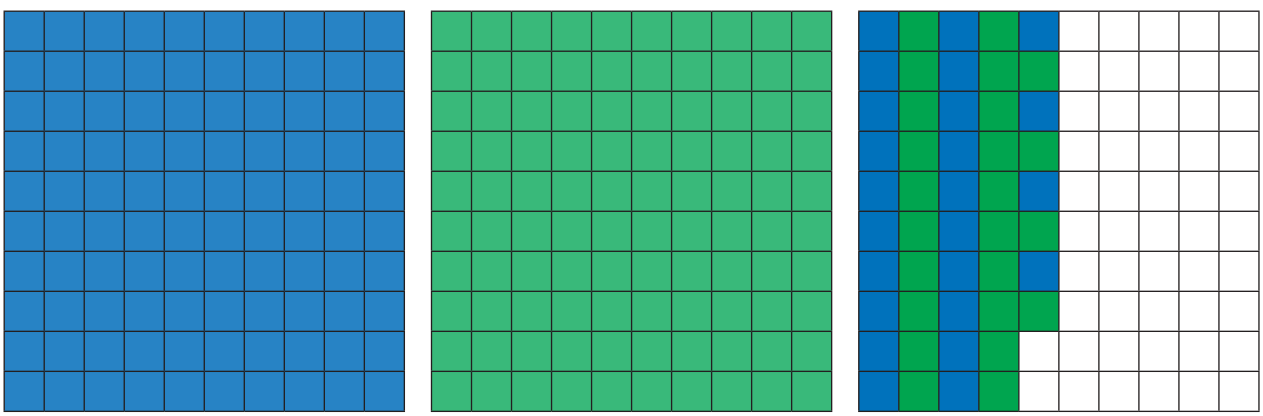
1.3.3 தசம எண்களை வகுத்தல்

ஒரு சட்டைத் துணிக் கட்டு மொத்தமாக 24.75 மீ உள்ளது. ஒரு கடைக்காரர் அதனை ஒவ்வொன்றும் 1.5 மீ சட்டைத் துணித் துண்டுகளாகப் பிரிக்க விரும்புகிறார் எனில், எத்தனை துண்டுகள் கிடைக்கும்? விடையைக் கண்டறிய 24.75 ஐ 1.5 ஆல் வகுக்க வேண்டும்.

அன்றாட வாழ்வில், நாம் பல்வேறு இடங்களில் இந்தத் தசம எண் வகுத்தலைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

(i) மாதிரிகள் மூலம் தசம எண் வகுத்தல்

- நாம் ஏற்கனவே கற்றறிந்த தசம அட்டவணை முறையில், தசம எண் வகுத்தலில் ஈவு காண முடியும்.
- 2.48 ஐ கட்ட மாதிரி அமைப்பில் கருதுக.
- $2.48 \div 2$ ஐக் காண, இரு மாதிரிகளில், இருவேறு வண்ணங்களில் 2.48 ஐக் குறிக்கவும். வகுத்தல் என்பது சமபங்குகளாகப் பிரித்தலே ஆகும். எனவே, நிழலிட்டப் பகுதியைப் படத்திலுள்ளவாறு இரு சமபாகங்களாகப் பிரிக்கவும்.

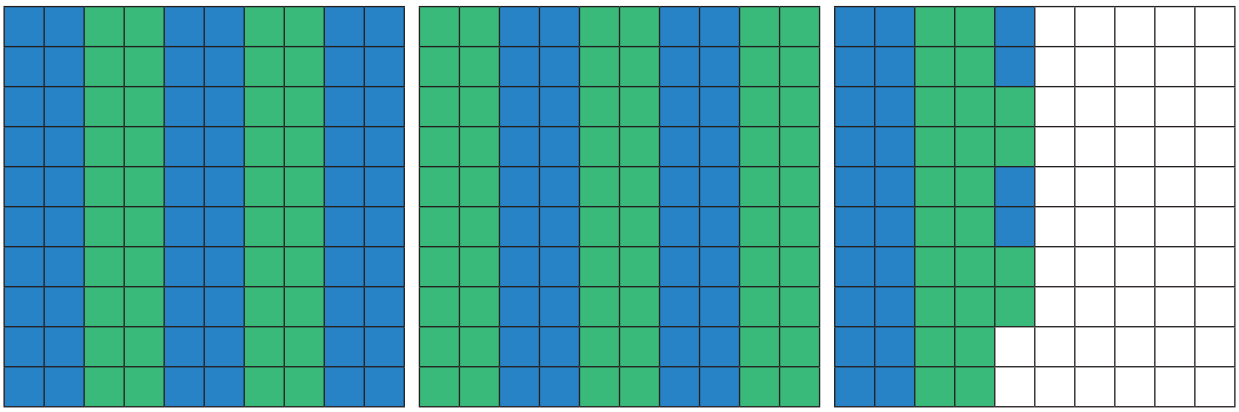


இங்கு ஒவ்வொரு வண்ணமும் ஈவைக் குறிக்கிறது. அதாவது 1.24 ஆகும்.

எனவே, $2.48 \div 2 = 1.24$

2.48 ÷2 இன் வகுத்தலை வேறு வகையிலும் செய்யலாம்.

பின்வரும் படங்களை உற்று நோக்குக.



இரண்டு முழுக் கட்ட மாதிரிகளைக் கருதுக. அவற்றை இரு நிரல் கொண்ட சம பாகங்களாகப் பிரித்தால், ஒவ்வொரு குழுவிலும் மொத்தம் 5 பங்குகள் இருக்கும். அது ஒரு முழு மாதிரியைக் குறிக்கும்.

அடுத்து பத்தில் ஒன்றைக் கருதினால், நான்கு பத்தில் ஒன்றுகளை இரு குழுக்களாகப் பிரிக்க, நமக்கு இதேபோல் இரு குழுக்கள் கிடைக்கின்றன. ஒவ்வொரு குழுவும் இரு பத்தில் ஒன்றுகளைக் குறிக்கிறது.

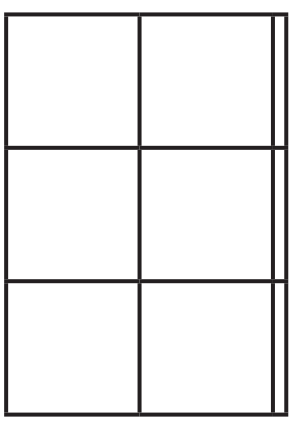
இறுதியாக 8 நூறில் ஒன்றுகளை இரு குழுக்களாகப் பிரிக்க, ஒவ்வொரு குழுவிலும் 4 நூறில் ஒன்றுகள் இருக்கும்.

எனவே, 2.48 ÷ 2 = 1 முழு, 2 பத்தில் ஒன்று, 4 நூறில் ஒன்று = 1.24

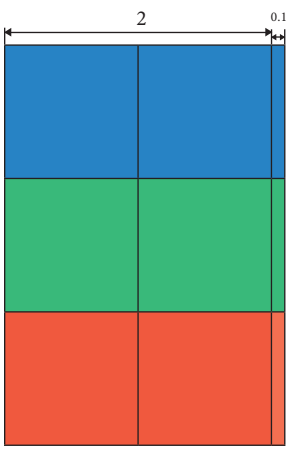
எடுத்துக்காட்டு 1.23 பரப்பளவு மாதிரிகளைப் பயன்படுத்தி 6.3 ÷3 ஐக் காண்க.

தீர்வு

6.3 என்ற தசம எண்ணைக் குறிக்கும் படம் 1.12 காண்க. 6.3 ஐ 3 ஆல் வகுப்பதால், மூன்று வெவ்வேறு வண்ணங்களைப் பயன்படுத்தி, இந்த பரப்பைப் படம் 1.13 இல் உள்ளவாறு மூன்று சம பாகங்களாகப் பிரிக்கலாம்.



படம் 1.12



படம். 1.13

ஒவ்வொரு குழுவும் ஈவு 2.1 ஐக் குறிக்கிறது.

எனவே, 6.3 ÷3 = 2.1

(ii) 10, 100 மற்றும் 1000 ஆல் வகுக்கும் முறை

தசம எண்களை 10, 100 மற்றும் 1000 ஆல் வகுப்பது குறித்துக் கற்போம்

எடுத்துக்காட்டாக $51.7 \div 10$ ஐக் கருதுக.

$$51.7 = \frac{517}{10}$$

எனவே, $\frac{51.7}{10} = \frac{517}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{517}{100} = 5.17$

இதேபோன்று, $51.7 \div 100 = \frac{517}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{517}{1000} = 0.517$

இதேபோன்று, $51.7 \div 1000 = \frac{517}{10} \times \frac{1}{1000} = \frac{517}{10000} = 0.0517$

தசம எண்களை பத்தின் அடுக்குகளால் வகுக்கும்போது பகுதியிலுள்ள பூச்சியங்களின் எண்ணிக்கையும் ஈவாகப் பெறும் எண்ணின் தசம இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையும் சமமாக இருக்கும்.

தசம எண்களை 10, 100 மற்றும் 1000ஆல் வகுக்கும்போது நாம் பின்பற்றும் முறையைப் பற்றிக் காண்போம்.

பின்வருவனவற்றை உற்றுநோக்கி நிரப்புக.

இவற்றை முயல்க

$36.7 \div 10 = 3.67$	$436.7 \div 10 = 43.67$	$2.3 \div 10 = 0.23$	$27.17 \div 10 =$ ____
$36.7 \div 100 = 0.367$	$436.7 \div 100 =$ _____	$2.3 \div 100 =$ _____	$27.17 \div 10 =$ _____
$36.7 \div 1000 = 0.0367$	$436.7 \div 1000 =$ _____	$2.3 \div 1000 =$ _____	$27.17 \div 1000 =$ _____

36.7 மற்றும் 3.67 இல் இலக்கங்கள் ஒன்றே, அதாவது 3, 6, 7 ஆகும். ஆனால் தசமப் புள்ளியானது ஈவுப் பகுதியில் இடதுபுறம் ஓர் இடம் நகர்ந்துள்ளது. இங்கு 10 இல் ஒன்றுக்கு அடுத்து ஒரு பூச்சியம் உள்ளது.

இதேபோன்று, $36.7 \div 100 = 0.367$ இல், தசமப் புள்ளியானது ஈவுப் பகுதியில் இடதுபுறம் இரு இடங்கள் நகர்ந்துள்ளது. 100 இல் 1 இக்கு அடுத்து இரு பூச்சியங்கள் உள்ளன.

இதேபோன்று, $36.7 \div 1000 = 0.0367$ இல், தசமப் புள்ளியானது ஈவுப் பகுதியில் இடதுபுறம் 3 இடங்கள் நகர்ந்துள்ளது. இங்கு 1000 இல், 1 இக்கு அடுத்து 3 பூச்சியங்கள் உள்ளன.

எனவே 10, 100 மற்றும் 1000 ஆல் வகுக்கும்போது, வகுக்கும் எண் மற்றும் ஈவுப் பகுதியிலுள்ள இலக்கங்கள் மாறாது. ஆனால், ஈவுப் பகுதியிலுள்ள தசமப் புள்ளியானது இடதுபுறம் 1 இக்கு அடுத்துள்ள பூச்சியங்களைப் பொறுத்து நகர்கின்றது.

எனவே, $2.68 \div 10 = 0.268$;

$2.68 \div 100 = 0.0268$; $2.68 \div 1000 = 0.00268$.

இவற்றை முயல்க

கீழ்க்கண்டவற்றை வகுக்க

(i) $17.237 \div 10$

(ii) $17.237 \div 100$

(iii) $17.237 \div 1000$

(iii) தசம எண்ணை முழு எண்ணால் வகுத்தல்

தசம எண்களை முழு எண்ணால் வகுக்க, கீழ்க்கண்டவற்றைக் கருதுக.

(i) $7.6 \div 2$

$$7.6 \div 2 = \frac{7.6}{2}$$

ஆனால் $$7.6 = \frac{76}{10}$$

எனவே, $$7.6 \div 2 = \frac{76}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{10} \times \frac{76}{2}$$

$$= \frac{1}{10} \times 38 = \frac{38}{10} = 3.8$$

$$\begin{array}{r} 3.8 \\ 2\overline{)\,7.6} \\ 6 \\ \hline 16 \\ 16 \\ \hline 0 \end{array}$$

(ii) $7.26 \div 2$

இங்கு $$7.26 = \frac{726}{100}$$

எனவே, $$7.26 \div 2 = \frac{726}{100} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{100} \times \frac{726}{2}$$

$$= \frac{1}{100} \times 363 = \frac{363}{100} = 3.63$$

$$\begin{array}{r} 3.63 \\ 2\overline{)\,7.26} \\ 6 \\ \hline 12 \\ 12 \\ \hline 6 \\ 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

(iii) $9.6 \div 8$.

இங்கு $$9.6 = \frac{96}{10}$$

எனவே, $$9.6 \div 8 = \frac{96}{10} \times \frac{1}{8}$$

$$= \frac{1}{10} \times \frac{96}{8}$$

$$= \frac{1}{10} \times 12$$

$$= \frac{12}{10} = 1.2$$

$$\begin{array}{r} 1.2 \\ 8\overline{)\,9.6} \\ 8 \\ \hline 16 \\ 16 \\ \hline 0 \end{array}$$

குறிப்பு

ஈவு சரியானதா என்பதை நாம் தோராயமாக கண்டறிய வேண்டும். 9.6 ஐ 10 ஆக முழுமை ஆக்கி 8 ஆல் வகுக்க. 8 ஆனது சிறு மீதியுடன் 10 ஒன்றுகளைப் பிரிப்பதால், 1.2 எனும் ஈவு சரியானது.

மேற்கண்ட மூன்று எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து தசமப் புள்ளியைக் கருதாமல் எண்களை மட்டும் கொண்டு நம்மால் வகுக்க இயலும் என நாம் அறிகிறோம். மேலும் ஈவின் தசம இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையானது வகுபடும் எண்ணின் தசம இலக்கங்களின் எண்ணிக்கைக்குச் சமமாக்கப்பட வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டாக $52.16 \div 4$

5216 ஐ 4 ஆல் வகுக்க

$$\frac{5216}{4} = 1304$$

இவற்றை முயல்க

கீழ்க்கண்டவற்றின் மதிப்பைக் காண்க.

(i) $46.2 \div 3 = ?$

(ii) $71.6 \div 4 = ?$

(iii) $23.24 \div 2 = ?$

(iv) $127.35 \div 9 = ?$

(v) $47.201 \div 7 = ?$

வகுபடும் எண்ணில் இரண்டு தசம இலக்கங்கள் உள்ளன. எனவே ஈவிலும் இரு தசம இலக்கங்கள் இருக்க வேண்டும்.

எனவே, $52.16 \div 4 = 13.04$

எடுத்துக்காட்டு 1.24 1.5 லிட்டர் அளவுள்ள கரும்புச் சாறு ஆனது ஐந்து பேருக்குச் சமமாகப் பங்கிட வேண்டுமெனில் ஒவ்வொருவருக்கும் கிடைக்கும் கரும்புச் சாறின் அளவைக் காண்க. .

தீர்வு

படம். 1.14

கரும்புச் சாறின் அளவு = 1.5 லி

பங்கிடப்பட வேண்டிய நபர்களின் எண்ணிக்கை = 5

ஒவ்வொருவரின் பங்கு $= \frac{1.5}{5} = 0.3$ லி

எனவே, ஒவ்வொருவருக்கும் 0.3 லிட்டர் கரும்புச் சாறு கிடைக்கிறது.

(iv) ஒரு தசம எண்ணை மற்றொரு தசம எண்ணால் வகுத்தல்

கவிதா தனது பிறந்த நாளில் தனது வகுப்பு மாணவிகளுடன் கடலைமிட்டாய் உருண்டைகளைப் பங்கிட விரும்புகிறாள். அவளது சேமிப்பு வங்கியில் ₹61.50 உள்ளது. ஒவ்வொரு கடலை மிட்டாய் உருண்டையும் ₹1.50 எனில், அவளிடமுள்ள தொகைக்கு எவ்வளவு உருண்டைகளை வாங்க இயலும்? நமது அன்றாட வாழ்வில் இதுபோலப் பல சூழல்களில் ஒரு தசம எண்ணை மற்றொரு தசம எண்ணால் வகுக்க நேரிடுகிறது.

(i) $15.5 \div 0.5$ ஐக் கருதுக,

$$15.5 \div 0.5 = \frac{15.5}{0.5} = \frac{\left(\frac{155}{10}\right)}{\left(\frac{5}{10}\right)} = \frac{155}{10} \times \frac{10}{5} = 31$$

எனவே, $\frac{15.5}{0.5} = 31.$

(ii) $62.5 \div 0.25$ ஐக் கருதுக.

$$62.5 \div 0.25 = \frac{62.5}{0.25}$$

$62.5 = \frac{625}{10}$ மற்றும் $0.25 = \frac{25}{100}$

$$\frac{62.5}{0.25} = \frac{\left(\frac{625}{10}\right)}{\left(\frac{25}{100}\right)} = \frac{625}{10} \times \frac{100}{25} = \frac{625 \times 10}{25} = \frac{6250}{25} = 250.$$

(iii) மேலும், ஒரு எடுத்துக்காட்டைக் காண்போம்: $2.25 \div 0.9$

$$2.25 \div 0.9 = \frac{2.25}{0.9}$$

$$2.25 = \frac{225}{100} \text{ மற்றும் } 0.9 = \frac{9}{10}$$

$$\frac{2.25}{0.9} = \frac{\left(\frac{225}{100}\right)}{\left(\frac{9}{10}\right)} = \frac{225}{100} \times \frac{10}{9} = \frac{225}{9 \times 10} = \frac{225}{90} = 2.5$$

இவற்றை முயல்க

கீழ்க்கண்டவற்றை வகுக்கவும்.

(i) $\frac{9.25}{0.25}$ (ii) $\frac{8.6}{4.3}$

(iii) $\frac{44.1}{0.21}$ (iv) $\frac{9.6}{1.2}$

இதிலிருந்து வகுக்கும் எண்ணும் வகுபடும் எண்ணும் சமத் தசம இலக்கங்கள் பெற்றிருந்தால் வகுத்தலானது இரு இயல் எண்களை வகுப்பது போன்று மிக எளிமையானது. வகுக்கும் எண் மற்றும் வகுபடும் எண்ணின் தசம இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை வெவ்வேறாக இருப்பின், முதலில் வகுக்கும் எண்ணையும் வகுபடும் எண்ணையும் பின்ன வடிவில் எழுதி பின்னர் வகுக்க.

எடுத்துக்காட்டு 1.25 ஒரு மகிழுந்து 0.21 மணி நேரத்தில் 16.8 கி.மீ தூரத்தை கடக்கிறது எனில், ஒரு மணி நேரத்தில் அது கடக்கும் தூரம் எவ்வளவு?

தீர்வு

ஒரு மணி நேரத்தில் மகிழுந்து கடந்த தொலைவு $= \frac{16.8}{0.21}$

வகுக்கும் எண்ணை நூறால் பெருக்கி முழு எண்ணாக மாற்றுக. இதேபோன்று வகுபடும் எண்ணை நூறால் பெருக்குக. $\frac{16.8 \times 100}{0.21 \times 100} = \frac{1680}{21} = 80$ கி.மீ.

ஆகவே, ஒரு மணி நேரத்தில் மகிழுந்து கடந்த தொலைவு 80 கி.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 1.26 ஒரு ஒழுங்கு பலகோணத்தின் சுற்றளவு 17.5 செ.மீ. ஒவ்வொரு பக்கத்தின் அளவு 2.5 செ.மீ எனில், அந்தப் பலகோணத்தில் எத்தனை பக்கங்கள் உள்ளன?

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்டுள்ள பல கோணமானது ஒழுங்கு பலகோணம். எனவே அனைத்துப் பக்கங்களும் சமம்.

பலகோணத்திலுள்ள பக்கங்களின் எண்ணிக்கை $= \frac{\text{சுற்றளவு}}{\text{ஒரு பக்கத்தின் அளவு}}$

$= \frac{17.5}{2.5} = \frac{175}{25} = 7$

(வகுக்கும் எண்ணிலும், வகுபடும் எண்ணிலும் உள்ள தசம இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை சமம்).

எனவே, பலகோணத்தின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை 7 ஆகும்.

சிந்திக்க

30 மாத்திரைகள் கொண்ட ஒரு மாத்திரை அட்டையின் விலை ₹ 62.63 எனில், ஒரு மாத்திரையின் விலையைக் காண்க.

பயிற்சி 1.4

1. சுருக்குக.

   (i) $0.6 \surd 3$ (ii) $0.90 \surd 5$ (iii) $4.08 \surd 4$ (iv) $21.56 \surd 7$

   (v) $0.564 \surd 6$ (vi) $41.36 \surd 4$ (vii) $298.2 \surd 3$

2. மதிப்பு காண்க.

   (i) $5.7 \surd 10$ (ii) $93.7 \div 10$ (iii) $0.9 \surd 10$ (iv) $301.301 \div 10$

   (v) $0.83 \surd 10$ (vi) $0.062 \surd 10$

3. மதிப்பு காண்க.

   (i) $0.7 \surd 100$ (ii) $3.8 \surd 100$ (iii) $49.3 \surd 100$ (iv) $463.85 \div 100$

   (v) $0.3 \surd 100$ (vi) $27.4 \surd 100$

4. மதிப்பு காண்க.

   (i) $18.9 \surd 1000$ (ii) $0.87 \surd 1000$ (iii) $49.3 \div 1000$ (iv) $0.3 \surd 1000$

   (v) $382.4 \surd 1000$ (vi) $93.8 \surd 1000$

5. மதிப்பு காண்க.

   (i) $19.2 \surd 2.4$ (ii) $4.95 \surd 0.5$ (iii) $19.11 \surd 1.3$ (iv) $0.399 \surd 2.1$

   (v) $5.4 \div 0.6$ (vi) $2.197 \surd 1.3$

6. 9.55 கி.கி எடையுள்ள இனிப்புகளை ஐந்து குழந்தைகளுக்குச் சமமாகப் பங்கிட்டால், ஒவ்வொரு குழந்தைக்கும் எவ்வளவு இனிப்பு கிடைக்கும்?

7. ஒரு வண்டியானது 1.2 லிட்டர் பெட்ரோலில் 76.8 கி.மீ தூரத்தைக் கடக்கிறது எனில், ஒரு லிட்டர் பெட்ரோலில் அது கடக்கும் தொலைவு எவ்வளவு?

8. ஒரு சதுர அடி ₹15.50 வீதம் ஒரு நிலத்தைச் சமன்படுத்தும் ஆகும் செலவு ₹10,075 எனில், நிலத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

9. 28 புத்தகத்தின் விலை ₹1506.4 எனில், ஒரு புத்தகத்தின் விலை எவ்வளவு?

10. இரு எண்களின் பெருக்குத் தொகை 40.376, ஒரு எண் 14.42 எனில், மற்றொரு எண்ணைக் காண்க.

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

11. $5.6 \div 0.5 = ?$

    (i) 11.4 (ii) 10.4 (iii) 0.14 (iv) 11.2

12. $2.01 \div 0.03 = ?$

    (i) 6.7 (ii) 67.0 (iii) 0.67 (iv) 0.067

13. $0.05 \div 0.5 = ?$

    (i) 0.01 (ii) 0.1 (iii) 0.10 (iv) 1.0

பயிற்சி 1.5

பலவகைத் திறனறி பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. மாலினி 13.92 மீ, 11.5 மீ மற்றும் 10.64 மீ அளவுடைய மூன்று ரிப்பன்களை வாங்கினாள் எனில், ரிப்பனின் மொத்த நீளத்தைக் காண்க.

2. சித்ரா இனிப்பு தயாரிக்க 10 கி.கி 35 கி நெய் வாங்குகிறார். அதில் 8 கி.கி 59 கி நெய்யைப் பயன்படுத்துகிறார் எனில், மீதமுள்ள நெய்யின் அளவைக் காண்க.
3. ஒரு பால் குப்பியின் கொள்ளளவு 2.53 லி எனில், அதேபோன்ற 8 குப்பிகளில் நிரப்ப எவ்வளவு பால் தேவைப்படும்?
4. ஒரு கூடை ஆரஞ்சு பழங்களின் எடை 22.5 கி.கி ஒரு குடும்பத்திற்குத் தேவைப்படும் ஆரஞ்சு பழங்களின் எடை 2.5 கி.கி எனில், அதனை எத்தனை குடும்பங்களுக்குச் சமமாகப் பங்கிட முடியும்?
5. ஒரு அடுமனையாளர் சுடுபவர் 10 சம அளவிலான கட்டிகைகளை (cakes) தயாரிப்பதற்கு 3.924 கி.கி சர்க்கரை பயன்படுத்தினார் எனில், ஒவ்வொரு கட்டிகைக்கும் பயன்படுத்தப்படும் சர்க்கரையின் அளவைக் காண்க.
6. மதிப்பு காண்க: (i) 26.13×4.6 (ii) $3.628 + 31.73 - 2.1$
7. முருகன் சில பைகளில் காய்கறிகளை வாங்கினார். ஒவ்வொரு பையும் 20.55 கி.கி எடையுடையது. அனைத்துப் பைகளின் மொத்த எடை 308.25 கி.கி எனில், எத்தனை பைகளை வாங்க வேண்டும்?
8. ஒருவர் வட்ட வடிவப் பூங்காவைச் சுற்றியுள்ள நடைப்பயிற்சி பாதையின் நீளம் 23.761 மீ எனில், 100 முறை சுற்றி வந்தால் அவர் கடந்த தொலைவானது எவ்வளவு?
9. 0.002 விட 0.0543 எவ்வளவு பெரியது?
10. ஒரு அச்சு எந்திரமானது ஒரு நிமிடத்தில் 15 பக்கங்களை அச்சிடுகிறது எனில், 4.6 நிமிடங்களில் அது எத்தனை பக்கங்களை அச்சிடும்?

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

11. பிரபுவின் வீட்டிலிருந்து யோகா நிலையத்திற்கு உள்ள தூரம் 102 மீ மற்றும் யோகா நிலையத்திலிருந்து பள்ளிக்குத் தூரம் 165 மீ எனில், அவன் பயணம் செய்யும் மொத்தத் தூரத்தினைக் கிலோ மீட்டரில் காண்க (தசம எண் வடிவம்).
12. அன்பு மற்றும் மாலா இருவரும் A இலிருந்து C இக்கு இருவேறு பாதைகளில் பயணிக்கிறார்கள். அன்பு A என்ற இடத்திலிருந்து B என்ற இடத்திற்கும் அங்கிருந்து C என்ற இடத்திற்கும் பயணம் செய்கிறார். B இலிருந்து A ஆனது 8.3 கி.மீ மற்றும் C இலிருந்து B ஆனது 15.6 கி.மீ உள்ளது. மாலா A என்ற இடத்திலிருந்து D என்ற இடத்திற்கும் அங்கிருந்து C என்ற இடத்திற்கு பயணம் செய்கிறார். A இலிருந்து D இன் தொலைவு 7.5 கி.மீ மற்றும் D இலிருந்து C இன் தொலைவு 16.9 கி.மீ எனில், யார் பயணம் செய்த தொலைவு அதிகம் மற்றும் எவ்வளவு அதிக தூரம் அவர் பயணம் செய்தார்?
13. ரமேஷ் ஒரு வாடகை வண்டியில் பயணம் செய்ய ஒரு மணி நேரத்திற்கு ₹ 97.75 செலுத்துகிறார் எனில், ஒரு வாரத்தில் 35 மணி நேரம் பயணம் செய்கிறார் எனில், ஒரு வாரத்திற்கு அவர் செலுத்த வேண்டிய மொத்தத் தொகை எவ்வளவு?
14. ஒரு வானூர்தி 6 மணி நேரத்தில் பயணித்த தொலைவு 2781.20 கி.மீ எனில், அதன் சராசரி வேகத்தைக் காண்க.
15. குமாரின் மகிழுந்து ஒரு லிட்டருக்கு 12.6 கி.மீ தருகிறது. அவனது எரிபொருள் கலனில் 25.8 லி எரிபொருள் கொள்ளும் எனில், அவனால் எவ்வளவு தூரத்தைக் கடக்க இயலும்?

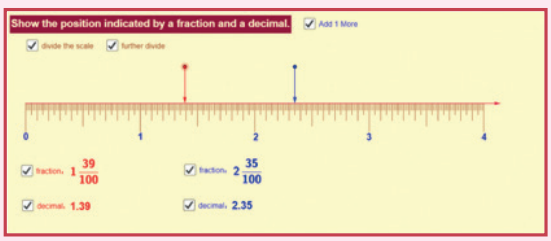
பாடச்சுருக்கம்

- ஒரு தசம எண்ணை முழுமையாக்க,
  - முதலில் முழுமையாக்கப்பட வேண்டிய இலக்கத்தை அடிக்கோடிட்டுக் குறிக்க வேண்டும்.
  - அந்த இலக்கம் 5 ஐ விடக் குறைவாக இருந்தால், குறித்த இலக்கம் மாறாது.
  - அந்த இலக்கம் 5 ஆகவோ, அல்லது 5 ஐ விட அதிகமாகவோ இருந்தால், குறித்த இலக்கத்துடன் 1 ஐக் கூட்டவும்.
  - முழுமையாக்கிய பிறகு, குறித்த இலக்கத்திற்கு அடுத்து வரும் அனைத்து இலக்கங்களையும் நீக்குக.
- தசம இலக்கங்களின் வலதுபுறமாகப் பூச்சியங்களைச் சேர்க்க அந்த எண்ணின் மதிப்பு மாறாது.
- தசம எண்களின் தசம இலக்கங்களைச் சமன் செய்யத் தசம இலக்கங்களின் வலப்புறத்தின் இறுதியில் பூச்சியங்களைச் சேர்க்கலாம் அல்லது நீக்கலாம்
- இரு தசம எண்களைப் பெருக்கும்போது கிடைக்கும் பெருக்கற்பலனில் உள்ள தசம இலக்கமானது அவ்விரு தசம எண்களிலுள்ள தசம இலக்கங்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.
- ஒரு தசம எண்ணை 10, 100 மற்றும் 1000 ஆல் பெருக்கும்போது தசமப் புள்ளியானது 1 இக்கு அடுத்துள்ள பூச்சியங்களின் எண்ணிக்கைக்கு ஏற்ப வலதுபுறமாக நகரும்.
- ஒரு தசம எண்ணை 10, 100 மற்றும் 1000 ஆல் வகுக்கும்போது கிடைக்கும் ஈவில் தசமப் புள்ளியானது 1 இக்கு அடுத்துள்ள பூச்சியங்களின் எண்ணிக்கைக்கு ஏற்ப இடதுபுறமாக நகரும்.

இணையச் செயல்பாடு

எண்ணியல்

செயல்பாட்டின் இறுதியில் கிடைக்கப் பெறுவது



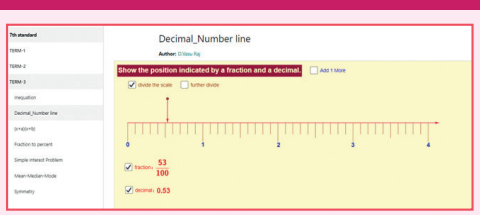
படி 1

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள உரலியை தட்டச்சு செய்து அல்லது விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி இணையத்தினுள் நுழைந்த பின் ஜீயோ ஜீப்ரா என்னு இணையப் பக்கத்தல் "தசம எண்கோடு" என்னும் பணித்தாள் திறக்கும். அப்பணித்தாளில் "அளவுகோலைப் பிரிக்க" (divide the scale) மற்றும் "மேலும் பிரிக்க (further divide)" என்பதைச் சொடுக்கவும்.

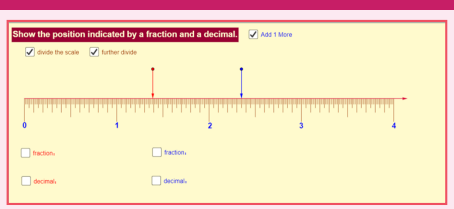
படி 2

கீழ்நோக்கி இருக்கும் அம்புக்குறிகளை நகர்த்திய பின் குறியீட்டுப் பெட்டியைச் சொடுக்கவும். அம்புக்குறிகள் இருக்கும் நிலையின் பின்னங்களையும் தசமங்களையும் காணலாம். கொடுக்கப்பட்ட தசம எண்ணுடன் "ஒன்றைச் சேர்க்க (Add 1 more)" என்பதைச் சொடுக்கிப் பார்க்கவும்.

படி 1



படி 2



செயல்பாட்டின் உரலி

தசம எண்கோடு: https://www.geogebra.org/m/f4w7csup#material/nezvwyk6

அல்லது விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்க.

அலகு

2

சதவீதமும் தனிவட்டியும்

UZ3WD

கற்றல்விளைவுகள்

- சதவீதத்தின் பொருளைப் புரிந்துகொள்ளுதல்.
- பின்னங்களைச் சதவீதமாகவும், சதவீதத்தைப் பின்னங்களாகவும் மாற்றுதல்.
- தசம எண்களைச் சதவீதமாகவும், சதவீதத்தைத் தசம எண்களாகவும் மாற்றுதல்.
- சதவீதத்தில் கணக்குகளைத் தீர்த்தல்.
- சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தித் தனிவட்டியைக் கண்டுபிடித்தல்.
- பல்வேறு சூழல்களில் தனிவட்டிக்கான சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்துதல்.

2.1 அறிமுகம்

நாம், ஏற்கனவே விகிதம், விகிதச்சமம் சார்ந்தக் கருத்துகளில் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டுள்ளோம். அலகு முறையையும் அதனைப் பயன்படுத்தி அன்றாடக் கணக்குகளுக்குத் தீர்வு காணவும் அறிந்து கொண்டுள்ளோம். மேலும், விகிதத்தை ஒப்பீட்டு வகுத்தல் முறையிலும் விளக்கியிருந்தோம். இரண்டு அளவுகளை ஒப்பிடப் பொதுவாகவே அதிகமாகப் பயன்படுத்தும் முறை சதவீதம் ஆகும்.

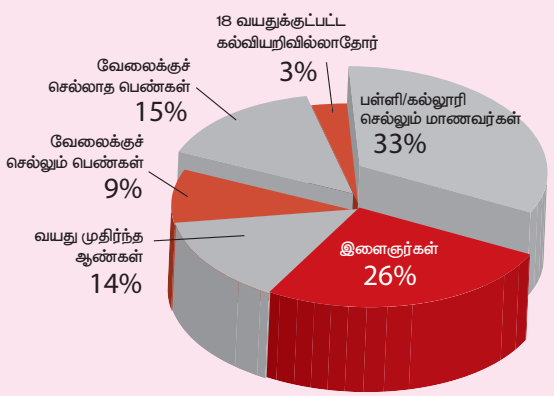
சூழ்நிலை 1

கீதா 600 மதிப்பெண்களுக்கு 475 மதிப்பெண்களும், சீதா 500 மதிப்பெண்களுக்கு 425 மதிப்பெண்களும் பெற்றிருந்தனர். சீதாவை விடக் கீதா அதிக மதிப்பெண் பெற்றார் என்ற முடிவுக்கு நாம் வரலாமா? இது சரியா? யார் நன்றாகப் படித்தார் என நினைக்கிறீர்கள்?

நாம் அவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களை மட்டும் ஒப்பீடுசெய்து முடிவு செய்ய இயலாது. ஏனெனில், இரண்டு வெவ்வேறான வகைகளில் அவர்கள் மதிப்பெண்களைப் பெற்றிருக்கிறார்கள். இச்சூழ்நிலையில் இதற்கான விடைகளைப் பெறுவதற்கு நாம் சதவீதத்தைப் பயன்படுத்த வேண்டும். ஆகவே, இப்பாடத்தில் நாம் சதவீதத்தைப் பற்றி அறிந்துகொள்வோம்.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் சதவீதம்

ஒரு கடையின் விளம்பரம்



இணையத்தைப் பயன்படுத்துவோரின் வரைபட விளக்கம்

சதவீதம் (Per cent) என்பது ஓர் இலத்தீன் வார்த்தையாகும். 'Per centum' என்பதன் பொருள் (per hundred) நூற்றுக்கு என்பதாகும். சதவீதம் என்பது '%', என்ற குறியீட்டின் மூலம் குறிக்கப்படுகின்றது, அதாவது நூற்றுக்கு எனப் பொருள்படும்.

அதாவது $1\% = \frac{1}{100} = 0.01$ அதாவது '1%' என்பதை 'ஒரு சதவீதம்' எனக் கூறலாம்.

அதைப் போலவே 50% என்பது நூற்றுக்கு 50 என்பதாகும். அதாவது $50\% = \frac{50}{100} = 0.50$

80% என்பது நூற்றுக்கு 80, அதாவது $80\% = \frac{80}{100} = 0.80$

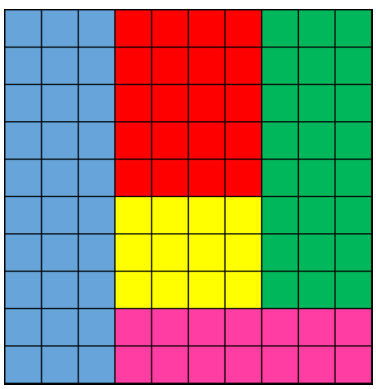
20% என்பது நூற்றுக்கு 20, அதாவது $20\% = \frac{20}{100} = 0.20$

இதைச் சரியாகப் புரிந்துகொள்ள வேண்டுமென்றால் பின்வரும் செயல்பாட்டினைச் செய்யவும்.

செயல்பாடு

பின்னங்களுக்கான முந்தைய விளக்கங்களைச் சோதிக்க அல்லது நினைவில் கொண்டுவர 10 × 10 அடங்கிய, சதுரக் கட்டத்தை எடுத்துக்கொள்ள வேண்டும். அக்கட்டங்களை 5 வெவ்வேறு நிறங்களைக் கொண்டு நிரப்ப வேண்டும். நீலநிற வண்ணமிடப்பட்ட பகுதி தொடர்பான விவரங்கள் கீழேக் கொடுக்கப்பட்ட அட்டவணையில் காண்பிக்கப்பட்டுள்ளது. சதுரக் கட்டத்தைக் கவனித்து அட்டவணையை நிரப்ப வேண்டும்.

நிறம்	சதுரங்களின் எண்ணிக்கை	பின்னம்	சதவீதம்
நீலம்	30	$\frac{30}{100}$	30%
சிவப்பு			
மஞ்சள்			
பச்சை			
இளஞ்சிவப்பு			



மேற்கண்ட அட்டவணையின் மூலம் சதவீதத்தை (நூறைப் பகுதியாக உடைய) பின்னமாக எழுதலாம் என்பதைப் புரிந்துகொள்ளலாம்.

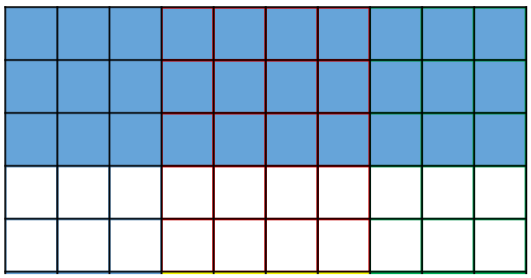
இவற்றை முயல்க

கீழேயுள்ள அட்டவணையில் வெவ்வேறு பிரிவைச் சேர்ந்த குழந்தைகள் பெற்ற மதிப்பெண்களைச் சதவீதத்தில் கண்டுபிடிக்கவும்.

பிரிவு	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	பின்னம்	சதவீதம்
60 க்கு கீழ்	25		
60 – 80	23		
81 – 90	42		
91 – 99	9		
நூறு	1		
மொத்தம்	100		

எல்லா எடுத்துக்காட்டுகளிலும், மொத்தப் பொருள்களின் எண்ணிக்கையைக் கூட்டும்போது 100 கிடைக்கிறது. மொத்தக் கூடுதல் 100 வரவில்லையெனில், அவ்வகை பொருள்களின் சதவீதத்தை நாம் கணக்கிட முடியுமா? ஆம், அதன் சதவீதத்தை நாம் காணலாம். இதுபோன்ற சந்தர்ப்பங்களில் கொடுக்கப்பட்ட பின்னத்தை 100 ஐப் பகுதியாகக் கொண்ட சமான பின்னமாக மாற்ற வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டாக 5×10 என்ற ஒரு சதுரக் கட்டத்தை எடுத்துக்கொள்வோம்.



படம் 2.1

படம் 2.1 இல் நீல நிற நிழலிடப்பட்ட பகுதியானது, $\frac{30}{50}$ பின்னத்தைக் குறிக்கிறது. இது $\frac{60}{100}$ அல்லது 0.60 அல்லது 0.6 அல்லது 60% இக்குச் சமமாகும்.

இவற்றை முயல்க

ஒரு பள்ளியில் VII ஆம் வகுப்பில் 50 மாணவர்கள் உள்ளனர். பள்ளியில் நடைபெறும் பல்வேறு செயல்பாடுகளில் ஈடுபட்டுள்ள மாணவர்களின் சதவீதத்தைக் காணவும்.

சாரணர் இயக்கம் : 7	பசுமைப் படை : 3
சிவப்பு ரிப்பன் சங்கம் : 6	விளையாட்டு : 14
இளைஞர் செஞ்சிலுவைச் சங்கம் : 9	கலாச்சாரச் செயல்பாடு : 11

2.1.1 பின்னங்களைச் சதவீதங்களாக மாற்றுதல்

தொகுதிகளாகவும், பகுதிகளாகவும் குறிப்பிடப்படும் அனைத்து எண்களும் பின்னங்கள் ஆகும். அவை எந்தவொரு எண்ணையும் பகுதியாக வைத்திருக்க முடியும். பின்னத்தின் பகுதியானது நூறு என்றால், அதனை மிக எளிதாகச் சதவீதமாகக் குறிக்கலாம். வெவ்வேறு பின்னங்களைச் சதவீதமாக மாற்ற முயற்சிப்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.1 $\frac{1}{5}$ ஐச் சதவீதமாக எழுதுக.

தீர்வு

இங்கு, $\frac{1}{5} = \frac{1}{5} \times \frac{100}{100} = \frac{1}{5} \times 100\% = \frac{100}{5}\% = 20\%$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.2 $\frac{7}{4}$ ஐச் சதவீதமாக மாற்றுக.

தீர்வு

இங்கு $\frac{7}{4} = \frac{7}{4} \times \frac{100}{100} = \frac{7}{4} \times 100\% = \frac{700}{4}\% = 175\%$.

எடுத்துக்காட்டு 2.3 மொத்தமுள்ள 20 மணிகளில், 5 மணிகள் சிவப்பு எனில், சிவப்பு மணியின் சதவீதம் என்ன?

தீர்வு

$\frac{5}{20} = \frac{5}{20} \times \frac{100}{100} = \frac{5}{20} \times 100\% = \frac{500}{20}\% = 25\%$ சிவப்பு மணிகள் நம்மிடம் உள்ளன.

எடுத்துக்காட்டு 2.4 பின்னம் $\frac{23}{30}$ ஐச் சதவீதமாக மாற்றுக.

தீர்வு

$\frac{23}{30}$ நம்மிடம் உள்ளது. எனவே, $\frac{23}{30} = \frac{23}{30} \times \frac{100}{100} = \frac{23}{30} \times 100\% = 76\frac{2}{3}\%$ ஆகும்.

இவற்றை முயல்க

பின்னங்களைச் சதவீதங்களாக மாற்றுக.

(i) $\frac{1}{20}$ (ii) $\frac{13}{25}$ (iii) $\frac{45}{50}$ (iv) $\frac{18}{5}$ (v) $\frac{27}{10}$ (vi) $\frac{72}{90}$

2.1.2 சதவீதத்தைப் பின்னமாக மாற்றுதல்

சதவீதம் என்பது ஓர் எண் அல்லது பகுதியில் 100 ஐக் கொண்ட ஒரு விகிதம் எனக் கூறலாம். இங்கு பல்வேறு சதவீதங்களைப் பின்னமாக மாற்றுவது குறித்துக் காண்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.5 பின்வரும் சதவீதத்தைப் பின்னங்களாக எழுதவும்.

(i) 60% (ii) 125% (iii) $\frac{3}{5}\%$ (iv) $\frac{15}{10}\%$ (v) $28\frac{1}{3}\%$

தீர்வு

(i) $60\% = \frac{60}{100} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

(ii) $125\% = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$

(iii) $\frac{3}{5}\% = \frac{\frac{3}{5}}{100} = \frac{3}{500}$

(iv) $\frac{15}{10}\% = \frac{\frac{15}{10}}{100} = \frac{\frac{3}{2}}{100} = \frac{3}{200}$

(v) $28\frac{1}{3}\% = \frac{28\frac{1}{3}}{100} = \frac{\frac{85}{3}}{100} = \frac{17}{60}$

இவற்றை முயல்க

சதவீதத்தைப் பின்னங்களாக மாற்றவும்.

(i) 50% (ii) 75% (iii) 250%

(iv) $30\frac{1}{5}\%$ (v) $\frac{7}{20}\%$ (vi) 90%

எடுத்துக்காட்டு 2.6 ஒரு கணக்கெடுப்பில் ஐந்து பேரில் ஒருவர் ஒரு குறிப்பிட்ட நிறுவனத்தின் சோப்பை விரும்புவதாகக் கூறினார். அதனைச் சதவீதமாக மாற்று.

தீர்வு

பின்னம் = $\frac{1}{5}$

சதவீதம் = $\frac{1}{5} \times 100\% = 20\%$

எடுத்துக்காட்டு 2.7 ஓர் அரசு உயர்நிலைப்பள்ளியைச் சேர்ந்த 75 மாணவர்கள் 10 ஆம் வகுப்புத் தேர்வில் பங்குபெற்றனர். அவர்களில் 72 பேர் தேர்வில் தேர்ச்சி பெற்றதாக அறிவிக்கப்பட்டுள்ளது எனில், தேர்ச்சி பெற்ற மாணவர்களின் சதவீதத்தைக் காணவும்.

தீர்வு

மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை = 75

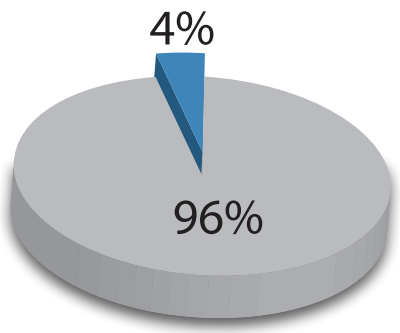
தேர்ச்சி பெற்றதாக அறிவிக்கப்பட்ட மாணவர்களின் எண்ணிக்கை = 72

$$\text{சதவீதம்} = \frac{72}{75} \times 100\%$$

$$= \frac{24}{25} \times 100\%$$

$$= 24 \times 4\%$$

$$= 96\%.$$



படம் 2.2

குறிப்பு

எல்லாச் சதவீதங்களும் சேர்க்கப்படும்போது நமக்கு 100 கிடைக்கிறது என்பதைக் காண்கிறோம். மொத்தத்தின் அனைத்துப் பகுதிகளையும் ஒன்றாகச் சேர்க்கும்போது முழுமையாகிறது அல்லது 100% ஐத் தருகிறது. எனவே, இரண்டு பகுதிகளிலும் 1 ஐக் கொடுத்தால் மற்றொன்றை நாம் காணலாம். இது மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டில் உள்ளது. 96% மாணவர்கள் தேர்ச்சி பெற்றிருந்தால், 100 பேரில் 96 பேர் தேர்ச்சி பெற்றிருக்கிறார்கள் என்பது பொருள். மீதமுள்ள (100 – 96) 4% மாணவர்கள் தோல்வியுற்றனர் என்பதாகக் கொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.8 50 மாணவர்களைக் கொண்ட ஒரு வகுப்பில் 28 மாணவிகளும் 22 மாணவர்களும் இருக்கிறார்கள் எனில், அவர்களின் சதவீதங்களைக் காண்க.

தீர்வு

மாணவர்கள் மற்றும் மாணவிகளின் சதவீதத்தை நாம் பின்வரும் அட்டவணையில் காண்போம்.

	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	பின்னம்	பகுதியை நூறாக மாற்று	சதவீதம்
பெண்கள் (சிறுமி)	28	$\frac{28}{50}$	$\frac{28}{50} \times \frac{100}{100} = \frac{56}{100}$	56%
ஆண்கள் (சிறுவர்)	22	$\frac{22}{50}$	$\frac{22}{50} \times \frac{100}{100} = \frac{44}{100}$	44%
மொத்தம்	50			100%

சிறுவர், சிறுமியருக்கான சதவீதத்தைக் கண்டுபிடிக்க நாம் அலகு முறையைப் பயன்படுத்தலாம் அல்லது பகுதியையும் தொகுதியையும் ஒரே எண்ணால் பெருக்கி அதனை 100% ஆக மாற்றலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.9 ஒரு பள்ளியில் 560 மாணவர்கள் உள்ளனர். அதில் 320 பேர் சிறுவர்கள் எனில், அந்தப் பள்ளியிலுள்ள சிறுமிகளின் சதவீதத்தைக் கண்டறியவும்.

தீர்வு

மொத்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை = 560

சிறுவர்களின் எண்ணிக்கை = 320

சிறுமிகளின் எண்ணிக்கை $= 560 - 320 = 240$

சதவீதம் $= \frac{240}{560} \times 100\% = \frac{24}{56} \times 100\%$

$= \frac{3}{7} \times 100\% = \frac{300}{7}\%$

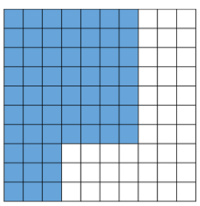
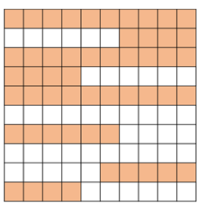
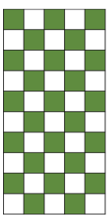
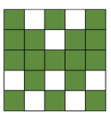
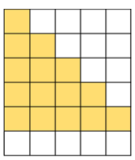
$= 42.86\%$

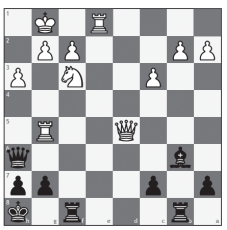
சிந்திக்க

1. 0.01 இக்கும் 1% இக்கும் இடையேயுள்ள வித்தியாசம் என்ன?
2. ஆயத்தக் கடையில் 50% தள்ளுபடி காட்டும் பலகை இருக்கிறது. எல்லாமே அதன் அசல் விலையில் பாதி என்பதைப் பெரும்பாலான மக்கள் உணருவார்கள் எனில், அது உண்மையா?

பயிற்சி 2.1

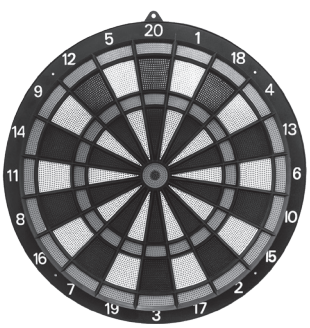
1. பின்வரும் ஒவ்வொரு படத்திலும் வண்ணம் தீட்டப்பட்ட சதுரங்களின் எண்ணிக்கையைக் கணக்கிட்டு அதை ஒரு பின்னமாகவும், தசமமாகவும் சதவீதமாகவும் மாற்றி எழுதுக.

(i)  (ii)  (iii)  (iv)  (v) 



2. ஒரு சதுரங்க அட்டையின் படம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. (i) வெள்ளை நிறச் சதுரங்களின் சதவீதத்தைக் கண்டறியவும். (ii) சாம்பல் நிறச் சதுரங்களின் சதவீதத்தைக் கண்டறியவும். (iii) சதுரங்கக் காய்கள் உள்ள சதுரங்களின் சதவீதத்தைக் காண்க. (iv) காய்கள் இல்லாத சதுரங்களின் சதவீதத்தைக் காண்க.

3. ஒரு கட்டப் பலகையின் (Dart board) படம் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. வெள்ளை நிறப் பகுதியின் சதவீதத்தையும் கருப்பு நிறப் பகுதியின் சதவீதத்தையும் காண்க.



4. பின்வரும் ஒவ்வொரு பின்னத்தையும் சதவீதமாக மாற்றுக.

(i) $\frac{36}{50}$ (ii) $\frac{81}{30}$ (iii) $\frac{42}{56}$

(iv) $2\frac{1}{4}$ (v) $1\frac{3}{5}$

5. அன்பு ஒரு தேர்வில் 500 இக்கு 436 மதிப்பெண்கள் பெற்றார் எனில், அவர் பெற்ற மதிப்பெண்களைச் சதவீதத்தில் கூறுக.

6. பின்வரும் ஒவ்வொரு சதவீதத்தையும் பின்னமாக மாற்றுக.

(i) 21% (ii) 93.1% (iii) 151% (iv) 65% (v) 0.64%

7. இனியன் 5 டசன் முட்டைகளை வாங்கினார். அதில் 10 முட்டைகள் கெட்டுவிட்டால், நல்ல முட்டைகளின் சதவீதத்தைக் காண்க.

8. ஒரு தேர்தலில் வேட்பாளர் ஒருவர் பெற்ற வாக்குகளின் சதவீதம் 48% ஆகும். அவர் பெற்ற வாக்குகளைக் குறிக்கும் பின்னம் எது?

9. இரஞ்சித்தின் மாத வருமானம் ₹7500. அதில் 25% ஐச் சேமித்தார் எனில், அவர் எவ்வளவு தொகையைச் சேமித்தார் என்பதைக் காண்க.

10. தென்றல் தனது வருமானத்தில் 4 இல் ஒரு பங்கைச் சேமித்தால் அதன் சதவீதத்தைக் காண்க

(i) $\frac{3}{4}\%$ (ii) $\frac{1}{4}\%$ (iii) 25% (iv) 1%

11. கவின் 25 இக்கு 15 மதிப்பெண்களைப் பெற்றால் அதன் சதவீதம்

(i) 60% (ii) 15% (iii) 25% (iv) 15/25

12. 0.07% என்பது

(i) $\frac{7}{10}$ (ii) $\frac{7}{100}$ (iii) $\frac{7}{1000}$ (iv) $\frac{7}{10,000}$

2.1.3 தசம எண்களைச் சதவீதமாக மாற்றுதல்

நாம் பின்னங்களைச் சதவீதமாக மாற்றுவது எப்படியென்று பார்த்தோம். இப்போது தசம எண்களை எவ்வாறு சதவீதமாக மாற்றுவது என்பதைக் கற்றுக்கொள்வோம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.10 கொடுக்கப்பட்ட தசம எண்களைச் சதவீதமாக மாற்றவும்.

(i) 0.85 (ii) 0.05 (iii) 0.3 (iv) 0.025 (v) 2.25

தீர்வு:

(i) $0.85 = 0.85 \times 100\% = \frac{85}{100} \times 100\% = 85\%$

(ii) $0.05 = \frac{5}{100} \times 100\% = 5\%$

(iii) $0.3 = \frac{3}{10} \times 100\% = 30\%$

(iv) $0.025 = \frac{25}{1000} \times 100\% = \frac{25}{10}\% = \frac{5}{2}\%$ அல்லது 2.5%

(v) $2.25 = \frac{225}{100} \times 100\% = 225\%$

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் தசம எண்களைச் சதவீதமாக மாற்றவும்.

(i) 0.25 (ii) 0.07 (iii) 0.8 (iv) 0.375 (v) 3.75

2.1.4 சதவீதங்களைத் தசம எண்ணாக மாற்றுதல்

தசம எண்களைச் சதவீதங்களாக மாற்றுவதை நாம் பார்த்தோம். அதன் தலைகீழ்ச் செயல்முறையை இப்பொழுது காண்போம். கொடுக்கப்பட்ட சதவீதத்தை நாம் தசம எண்களாக மாற்றலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.11 கொடுக்கப்பட்ட சதவீதத்தைத் தசம எண்களாக மாற்றவும்.

(i) 58% (ii) 8% (iii) 30% (iv) 120% (v) 1.25%

தீர்வு:

(i) $58\% = \frac{58}{100} = 0.58$ (ii) $8\% = \frac{8}{100} = 0.08$

(iii) $30\% = \frac{30}{100} = 0.3$ (iv) $120\% = \frac{120}{100} = 1.2$

(v) $1.25\% = \frac{1.25}{100} = 0.0125$

மேலேயுள்ள எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து, சதவீதத்தைத் தசமங்களாக மாற்ற நாம் முதலில் அதைப் பின்னமாக மாற்றித் தீர்வு பெறுகிறோம்.

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் சதவீதங்களைத் தசம எண்களாக எழுதுக.

(i) 3% (ii) 25% (iii) 80% (iv) 67% (v) 17.5% (vi) 135% (vii) 0.5%

எடுத்துக்காட்டு 2.12 மலர் 25 மீட்டர் துணிச் சுற்றலிருந்து 1.75 மீட்டர் துணியை வாங்கினார் எனில், மலர் வாங்கிய துணியின் அளவைச் சதவீதத்தில் கூறுக.

தீர்வு

துணியின் மொத்த நீளம் = 25 மீ

வாங்கிய துணியின் நீளம் = 1.75 மீ

வாங்கிய துணியின் சதவீதம் $= \frac{1.75}{25} \times \frac{100}{100} = \frac{175}{25 \times 100} = \frac{7}{100} = 7\%$

பரப்பளவைச் சதவீதமாகக் கூறுதல்

பரப்பளவை மதிப்பீடு செய்வதற்குச் சதவீதங்கள் நமக்கு உதவுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டு 2.13 படம் 2.3 இல் நீல வண்ண நிழலிடப்பட்டப் பகுதியின் சதவீதம் காண்க?

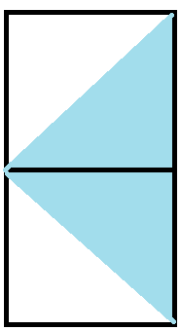
தீர்வு

படம் 2.3 இல் நிழலிடப்பட்டப் பகுதியின் பின்னமானது $= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

படத்தில் பாதி பகுதியானது நீல நிறமாக நிழலிடப்பட்டுள்ளது.

ஆகவே, நிழலிடப்பட்டப் பகுதியின் சதவீதம் $= \frac{1}{2} \times 100\% = 50\%$

எனவே, படம் 2.3 இல் 50% பகுதி நிழலிடப்பட்டுள்ளது.

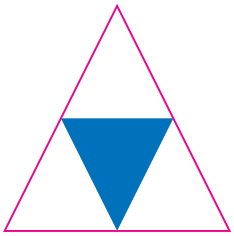


படம். 2.3

பயிற்சி 2.2

1. பின்வரும் ஒவ்வொரு சதவீதத்தையும் தசம எண்களாக மாற்றுக.
   (i) 21% (ii) 93.1% (iii) 151% (iv) 65% (v) 0.64%
2. பின்வரும் ஒவ்வொரு தசம எண்ணையும் சதவீதமாக மாற்றுக.
   (i) 0.282 (ii) 1.51 (iii) 1.09 (iv) 0.71 (v) 0.858
3. ஒரு தேர்வில் ஒரு மாணவர் 75% மதிப்பெண்களைப் பெற்றார் எனில், அதைத் தசமமாக மாற்றி அமைக்க.
4. ஒரு கிராமத்தில் 70.5% மக்கள் கல்வியறிவைப் பெற்றிருந்தனர் எனில், அதைத் தசம எண்ணாக மாற்றுக.
5. ஒரு மட்டைப்பந்து ஆட்டக்காரர் 86% ஓட்டங்களைச் சேகரித்தால், அதைத் தசமமாக எழுதுக.
6. ஒரு பள்ளியின் கொடிக் கம்பத்தின் உயரம் 6.75 மீ எனில், அதைச் சதவீதமாக மாற்றுக.
7. இரண்டு இரசாயனப் பொருட்களின் எடைகள் 20.34 கிராம் மற்றும் 18.78 கிராம் எனில், அவைகளின் எடையின் வித்தியாசத்தைச் சதவீதத்தில் கூறுக.

8. கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில், நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் சதவீதத்தைக் காண்க.



கொள்குறி வகை வினாக்கள்

9. 142.5% ஐ தசமமாக மாற்றினால்
   (i) 1.425 (ii) 0.1425 (iii) 142.5 (iv) 14.25

10. 0.005 ஐ சதவீதமாக மாற்றினால்
   (i) 0.005% (ii) 5% (iii) 0.5% (iv) 0.05%

11. 4.7 இன் சதவீத வடிவம்
   (i) 0.47% (ii) 4.7% (iii) 47% (iv) 470%

2.2 அன்றாட வாழ்க்கையில் சதவீதம்

அளவுகளுடன் ஒப்பிடுகையில் சதவீதம் எவ்வாறு பயன்படுத்தப்படுகிறது என்பதைப் பார்த்தோம். பின்னங்களையும் தசமங்களையும் சதவீதமாக மாற்றவும், சதவீதத்தைப் பின்னங்கள் மற்றும் தசமங்களாக மாற்றவும் கற்றுக்கொண்டோம். அன்றாட வாழ்வில் சதவீதத்தைப் பயன்படுத்தும் சில சூழ்நிலைகளை இப்போது பார்ப்போம். அதாவது, ஒருவருடைய வருமானத்தில் 5% சேமிக்க ஒதுக்கப்பட்டுள்ளது; குழந்தைகளின் படப் புத்தகத்தில் 20% பச்சை நிறம் உள்ளது; ஒரு புத்தக வினியோகம் செய்பவர் அவர் விற்பனை செய்யும் புத்தகத்திற்கு 10% இலாபத்தைப் பெறுகிறார். இந்தச் சூழ்நிலைகளிலிருந்து நாம் என்ன முடிவுக்கு வர முடியும்.

சதவீதத்தினுடைய மதிப்பு

எடுத்துக்காட்டு 2.14 ஒரு வகுப்பில் 50 மாணவர்கள் உள்ளனர். ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் 14% பேர் வருகை புரியவில்லை எனில், வருகை புரிந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைக் கண்டறியவும்.

தீர்வு

ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் வருகை தராத மாணவர்களின் எண்ணிக்கை = 50 இல் 14%

$$= \frac{14}{100} \times 50 = 7$$

அதாவது, வருகை புரிந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை $50 - 7 = 43$ மாணவர்கள்.

எடுத்துக்காட்டு 2.15 குறள்மதி 20% தள்ளுபடியுடன் ஒரு ரெயின்கோட்டை வாங்கி ₹25 ஐ சேமித்தார் எனில், ரெயின் கோட்டின் அசல் விலை என்ன?

தீர்வு

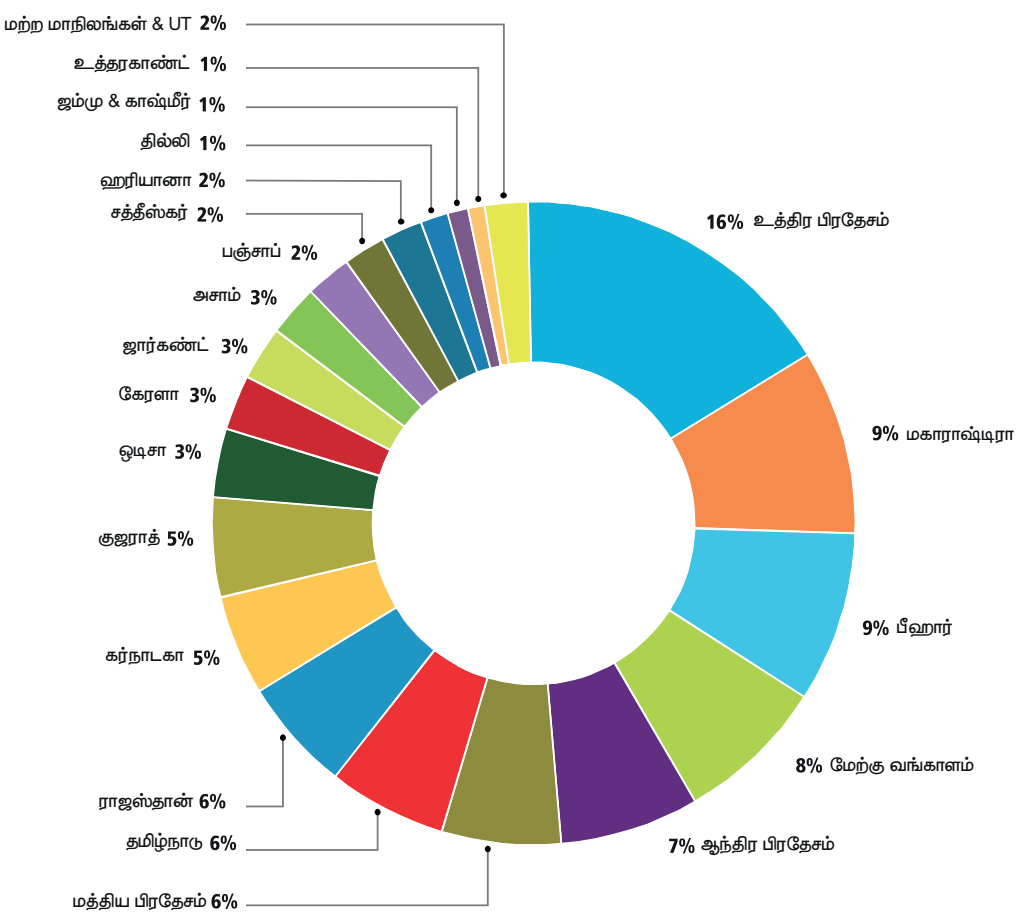
ரெயின்கோட்டின் விலை (ரூபாயில்) P என்க. அதாவது P இல் 20% = ₹25

$$\frac{20}{100} \times P = 25$$

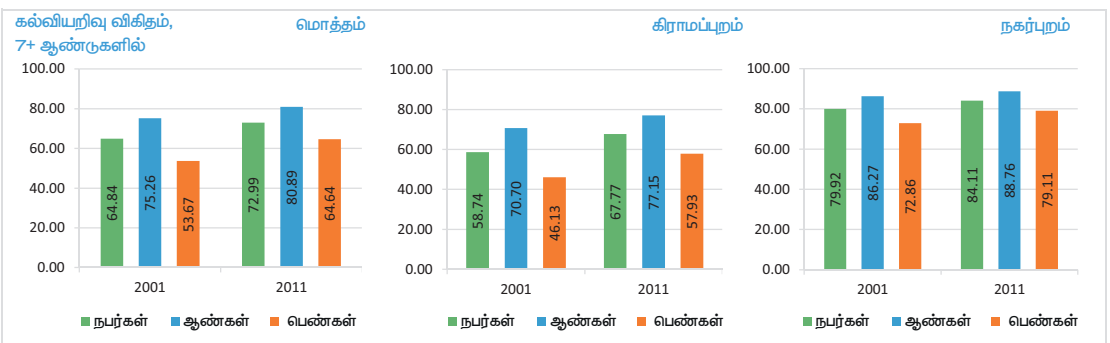
$$P = \frac{25 \times 100}{20} = 125$$

எனவே, ரெயின் கோட்டின் அசல் விலை ₹125 ஆகும்.

மாநிலங்கள் மற்றும் யூனியன் பிரதேசங்களில் மக்கள் தொகை பங்கீடு, இந்தியா: 2011



இந்தியா



மொத்தம்	2001	2011
நபர்கள்	64.84	72.99
ஆண்கள்	75.26	80.89
பெண்கள்	53.67	64.64

கிராமப்புறம்	2001	2011
நபர்கள்	58.74	67.77
ஆண்கள்	70.70	77.15
பெண்கள்	46.13	57.93

நகர்புறம்	2001	2011
நபர்கள்	79.92	84.11
ஆண்கள்	86.27	88.76
பெண்கள்	72.86	79.11

http://censusindia.gov.in/2011-prov-results/data_files/india/

எடுத்துக்காட்டு 2.16 ஒரு உலோகக் கலவை 26% தாமிரத்தைக் கொண்டுள்ளது. 260 கிராம் தாமிரத்தைப் பெற எந்த அளவு உலோகக் கலவை தேவைப்படுகிறது?

தீர்வு:

தேவையான உலோகக் கலவையின் அளவு Q கி என்க.

பின்னர் Q ல் 26% = 260 கி

$$\frac{26}{100} \times Q = 260 \text{ கி}$$

$$Q = \frac{260 \times 100}{26} \text{ கி}$$

$$Q = \frac{26000}{26} \text{ கி}$$

$$Q = 1000 \text{ கி}$$

எனவே, தேவையான உலோகக் கலவையின் அளவு 1000 கி ஆகும்.

விகிதங்களைச் சதவீதமாகக் கருதுதல்

சில நேரங்களில் உணவு தயாரிக்கப் பயன்படும் பொருள்கள் விகித அடிப்படையிலேயே கொடுக்கப்படுகின்றன. அவற்றில் ஓர் உதாரணத்தைக் கருத்தில் கொள்வோம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.17 1 பங்கு உளுந்து மாவுடன் 4 பங்கு அரிசி கலந்த மாவில், குழல் என்பவரின் தாயார் தோசை தயாரிக்கிறார் எனில், மாவிலிருக்கும் மூலப்பொருள்களைச் சதவீதமாகக் குறிக்கவும்.

தீர்வு

மூலப் பொருள்களின் அளவை விகிதத்தில் குறிக்க நாம் பெறுவது, அரிசி : உளுத்தம் பருப்பு = 4 : 1

இப்போது பகுதிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை $4+1=5$.

அதாவது, $\frac{4}{5}$ பகுதி அரிசியானது $\frac{1}{5}$ பகுதி உளுத்தம் பருப்புடன் கலக்கப்படுகிறது.

எனவே, அரிசியின் சதவீதமானது $\frac{4}{5} \times 100\% = \frac{400}{5}\% = 80\%$

உளுத்தம் பருப்பின் சதவீதமானது $\frac{1}{5} \times 100\% = \frac{100}{5}\% = 20\%$

எடுத்துக்காட்டு 2.18 ஒரு குடும்பம் பொங்கல் கொண்டாட்டத்திற்காக, வீட்டைச் சுத்தம் செய்வதற்கு வேலையை 1 : 2 : 3 என்ற விகிதத்தில் பகிர்ந்து கொண்டனர் எனில், வேலையின் ஒவ்வொரு பகுதியையும் சதவீதமாக வெளிப்படுத்துங்கள்.

தீர்வு

வேலையின் மொத்தப் பகுதிகளின் எண்ணிக்கை $=1+2+3=6$

அதாவது, வேலை மூன்று பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படுகிறது. அது $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}$ மற்றும் $\frac{3}{6}$.

எனவே, $\frac{1}{6}$ ஆவது பகுதி வேலையின் சதவீதமானது $= \frac{1}{6} \times 100\% = \frac{100}{6}\% = 16\frac{2}{3}\%$ ஆகும்.

அதைப் போலவே, $\frac{2}{6}$ ஆவது பகுதி வேலையின் சதவீதமானது $= \frac{2}{6} \times 100\% = \frac{200}{6}\% = 33\frac{1}{3}\%$

அதைப் போலவே, $\frac{3}{6}$ ஆவது பகுதி வேலையின் சதவீதமானது. $= \frac{3}{6} \times 100\% = \frac{300}{6}\% = 50\%$

சதவீதத்தினுடைய அதிகரிப்பு அல்லது குறைப்பு

ஒரு குறிப்பிட்ட அளவின் அதிகரிப்பு அல்லது குறைவைச் சதவீதமாக நாம் தெரிந்துகொள்ள வேண்டிய சூழ்நிலைகள் உள்ளன. அதில், சில எடுத்துக்காட்டுகளைக் காண்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.19 ஆடித் தள்ளுபடி விற்பனையின்போது ஒரு சட்டையின் விலை ₹ 90 இலிருந்து ₹ 50 ஆகக் குறைந்தது எனில், குறைவின் சதவீதம் என்ன?

தீர்வு

அசல் விலை = ஆடி மாதத்திற்கு முன்பு சட்டையின் விலை

தொகையில் ஏற்படும் மாற்றம் = குறைக்கப்பட்ட விலை = ₹ 90 – ₹ 50 = ₹ 40.

அதாவது, குறைக்கப்பட்ட சதவீதம் $= \frac{\text{தொகையில் ஏற்படும் மாற்றம்}}{\text{அசல் விலை}} \times 100$

$$= \frac{40}{90} \times 100 = \frac{400}{9}$$

$$= 44\frac{4}{9}\%$$

எடுத்துக்காட்டு 2.20 ஒரு நகரத்தில் கல்வியறிவு பெற்றவர்களின் எண்ணிக்கை 5 ஆண்டுகளில் 5 இலட்சத்திலிருந்து 8 இலட்சமாக அதிகரித்தது எனில், அதிகரிப்பின் சதவீதம் என்ன?

தீர்வு

தொடக்கத்தில் கல்வியறிவு பெற்றவர்களின் எண்ணிக்கை = 5 இலட்சம்

மாற்றத்தின் அளவு = அதிகரித்த கல்வியறிவு பெற்றவர்களின் எண்ணிக்கை

= 8 – 5 = 3 இலட்சம்.

அதாவது, அதிகரித்த சதவீதம் $= \frac{\text{தொகையில் ஏற்படும் மாற்றம்}}{\text{அசல் விலை}} \times 100$

$$= \frac{3}{5} \times 100 = 60\%$$

இவற்றை முயல்க

ஒரு தண்ணீர்த் தொட்டியில் தண்ணீரின் அளவு 2 நிமிடத்தில் 35 லிட்டரிலிருந்து 50 லிட்டராக அதிகரிக்கிறது எனில், அதிகரித்த தண்ணீரின் சதவீதம் என்ன?

இலாபம் அல்லது நட்டத்தைச் சதவீதமாக மாற்றுதல்

பொருள்களின் இலாபத்தையும் நட்டத்தையும் பற்றி நாம் ஏற்கனவே கற்றுக்கொண்டோம். இலாபம் அல்லது நட்டத்தை எவ்வாறு சதவீதமாக மாற்ற முடியும் என்பதை இப்போது பார்ப்போம். அதாவது இலாபச் சதவீதம் அல்லது நட்டச் சதவீதத்தைக் கண்டுபிடித்தல் பற்றிச் சில எடுத்துக்காட்டுகளைக் காண்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.21 ஒரு கடைக்காரர் நாற்காலியை ₹325 இக்கு வாங்கி ₹350 இக்கு விற்பனை செய்கிறார் எனில், இலாபச் சதவீதத்தைக் கண்டறியவும்.

தீர்வு

$$\text{இலாபச் சதவீதம்} = \frac{\text{இலாபம்}}{\text{அடக்க விலை}} \times 100$$

$$= \frac{25}{325} \times 100 = \frac{100}{13} = 7\frac{9}{13}\%.$$

எடுத்துக்காட்டு 2.22 ஒரு சட்டை ₹110 இக்கு வாங்கப்பட்டு ₹90 இக்கு விற்கப்படுகிறது எனில், நட்டச் சதவீதத்தைக் கண்டறியவும்.

தீர்வு

சட்டையின் அடக்க விலை = ₹110, சட்டை விற்ற விலை = ₹90.

நட்டம் = 110 − 90 = ₹20.

எனவே, ₹100 இக்கு நட்டமானது $\frac{20}{110} \times 100 = \frac{200}{11} = 18\frac{2}{11}\%$.

எடுத்துக்காட்டு 2.23 ஒரு பொருள் ₹200 இக்கு வாங்கி, 4% நட்டத்திற்கு விற்கப்படுகிறது எனில், அப்பொருளின் விற்ற விலை என்ன?

தீர்வு

நட்டத்தைக் காண,

$$\text{நட்டச் சதவீதம்} = \frac{\text{நட்டம்}}{\text{அடக்க விலை}} \times 100$$

$$4\% = \frac{\text{நட்டம்}}{\text{அடக்க விலை}} \times 100$$

$$4\% = \frac{\text{நட்டம்}}{200} \times 100$$

நட்டம் = ₹8

விற்ற விலை = வாங்கிய விலை − நட்டம்

= 200 − 8

= 192

எனவே, பொருளின் விற்ற விலை ₹192 ஆகும்.

உலகத்தின் மக்கள் தொகை ஒரு வருடத்திற்கு 1.10% அதிகரிக்கிறது. உலக மக்கள் தொகையில் 50.4% ஆண்களும் 49.6% பெண்களும் உள்ளனர்.

பயிற்சி 2.3

1. ஒரு புத்தகக் கடையிலுள்ள 70 பத்திரிகைகளில் 14 பத்திரிகைகள் நகைச்சுவை பத்திரிகைகள் எனில், நகைச்சுவை பத்திரிகைகளின் சதவீதம் காண்க.
2. ஒரு தண்ணீர்த் தொட்டியின் கொள்ளளவு 50 லிட்டர்கள் ஆகும். தற்போது அதில் 30% தண்ணீர் நிரம்பியுள்ளது எனில், அதில் 50% தண்ணீர் நிறைய இன்னும் எத்தனை லிட்டர்கள் தேவை?
3. கருண் என்பவர் ஒரு சோடிக் காலனிகளை 25% தள்ளுபடி விலையில் வாங்கினார். அவர் செலுத்திய தொகை ₹ 1000 எனில், குறிக்கப்பட்ட விலையைக் காண்க.
4. ஒரு காப்பீட்டு நிறுவனத்தின் முகவர் அவர் சேகரிக்கும் அடிப்படை பிரிமியத்தில் 5% தரகாகப் பெறுகிறார். அவர் ரூ. ₹ 4800 ஐப் பிரிமியமாக வசூலித்தார் எனில், அவர் பெறுகின்ற தரகுத் தொகை எவ்வளவு?
5. ஓர் உயிரியல் வகுப்பு மாணவர்கள் குழு உள்ளூரிலுள்ள ஒரு புல்வெளியில் ஆய்வு செய்தனர். அவற்றுள் 40 இல் 30 பூக்கள் வற்றாதவை எனில், வற்றாத பூக்களின் சதவீதம் காண்க.
6. இஸ்மாயில் என்பவர் சில வகையான மணிகளை வாங்குவதற்காகச் சரக்கு அனுப்பாணையை அனுப்பினார். மொத்தம் 50 மணிகளில் 15 மணிகள் மட்டுமே பழுப்பு நிறம் எனில், பழுப்பு நிற மணிகளின் சதவீதத்தைக் காண்க.
7. ராமு என்பவர் ஆங்கிலப் பாடத்தில் 25 இக்கு 20 மதிப்பெண்களும், அறிவியல் பாடத்தில் 40 இக்கு 30 மதிப்பெண்களும், கணிதப் பாடத்தில் 80 இக்கு 68 மதிப்பெண்களும் பெற்றார் எனில், அவர் எந்தப் பாடத்தில் சிறந்த சதவீதம் பெற்றுள்ளார்?
8. பீட்டர் என்பவர் ஒரு தேர்வில் 280 மதிப்பெண்களைப் பெற்றுத் தோல்வி அடைந்தார். அவர் இன்னும் 20 மதிப்பெண்கள் பெற்றிருந்தால், மொத்த மதிப்பெண்களில் 50% பெற்று வெற்றி பெற்றிருப்பார் எனில், மொத்த மதிப்பெண்களைக் காண்க.
9. கயல் என்பவர் முதல் திருப்புதல் தேர்வில் 500 மதிப்பெண்களுக்கு 225 மதிப்பெண்களும் இரண்டாம் திருப்புதல் தேர்வில் 500 மதிப்பெண்களுக்கு 265 மதிப்பெண்களும் பெற்றார் எனில், அவரது மதிப்பெண்கள் அதிகரிப்பின் சதவீதத்தைக் காண்க.
10. ரோஜா மாதச் சம்பளமாக ₹ 18,000 ஐப் பெறுகிறார். அவர் தனது சம்பளத்தில் முறையே கல்வி, சேமிப்பு, மற்றும் பிற செலவினங்களுக்கு 2 : 1 : 3 என்ற விகிதத்தில் செலவு செய்கிறார் எனில், அவரது செலவைச் சதவீதமாகக் கூறுக.

2.3 தனிவட்டி

செல்வம் தனது தங்கை உயர் படிப்புச் செலவிற்காக வங்கியில் கடன் வாங்கியதாகக் கூறினார். அவர் வங்கியில் கடனாக வாங்கிய பணமானது அசல் அல்லது முதன்மைத் தொகை எனப்படும். கடன் வாங்கியவர் வங்கியில் பணத்தைத் திருப்பித் தரச் சிறிது காலம் எடுத்துக் கொள்கிறார் எனில், பணத்தைப் பயன்படுத்த, கடன் வாங்கியவர் ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்திற்கு வங்கியில் கூடுதல் தொகையைச் செலுத்த வேண்டும். இதனை வட்டி என அழைக்கிறோம். எனவே, கடன் வாங்கியவர் கடன் வாங்கிய பணத்தைத் திருப்பிச் செலுத்தும்போது அசலையும் வட்டியையும் சேர்த்துச் செலுத்த வேண்டும்.

அதாவது மொத்தத் தொகை = அசல் + வட்டி

வட்டி என்பது பொதுவாக, ஓர் ஆண்டுக்குச் சதவீதத்தில் கணக்கிடப்படுகிறது. ஒரு வங்கி ₹100 ஐ, ₹8 வட்டி வீதத்தில் கடனாக அளிக்கிறது என்று வைத்துக்கொள்வோம். இதனை ஆண்டுக்கு 8% எனக் குறிப்பிடலாம்.

அதாவது கடன் வாங்கிய ஒவ்வொரு ₹100 இக்கும் ஆண்டொன்றுக்கு ₹8 ஐ வட்டியாகச் செலுத்த வேண்டும்.

இதனைப் புரிந்துகொள்ள ஓர் உதாரணத்தைக் கருத்தில் கொள்வோம்.

செல்வம் ஆண்டுக்கு 15% வட்டி வீதத்தில் ₹10,000 ஐக் கடனாகப் பெறுகிறார். இப்போது ஒரு ஆண்டின் முடிவில் அவர் செலுத்த வேண்டிய வட்டியைக் கணக்கிடலாம்.

கடன் பெற்ற தொகை = ₹10,000

வட்டி வீதம் = 15 % ஆண்டுக்கு

இதன் பொருள் அவர் ₹100 ஐக் கடனாகப் பெற்றிருந்தால் ₹15 ஐ வட்டியாகச் செலுத்த வேண்டும். எனவே கடன் வாங்கிய ₹10,000 இக்கு ஒரு வருடத்திற்கு அவர் செலுத்த வேண்டிய வட்டியானது.

$$\frac{15}{100}\times 10000 = ₹1,500$$

எனவே, ஓர் ஆண்டின் முடிவில் அவர் செலுத்த வேண்டிய மொத்தத் தொகை = 10,000 + 1,500

= ₹11,500.

இப்போது நாம் ஒரு வருடத்திற்கு உண்டான "வட்டி"யைக் கணக்கிடும் பொதுச் சூத்திரத்தை எழுதலாம். P ஐ அசல் அல்லது முதன்மைத் தொகையாகக் கருதுவோம். r% ஐ வட்டிவீதம் எனக் கொள்வோம். கடன் வாங்கிய ஒவ்வொரு ₹100 இக்கும் செலுத்தப்படும் வட்டி ₹r. எனவே ₹P இக்கு 1 வருடத்திற்குச் செலுத்தப்படும் வட்டியானது $\frac{P\times r}{100}$ என இருக்கும். இந்தத் தொகையானது (அசலானது) ஒரு வருடத்திற்கு மேல் பயன்படுத்தப்பட்டால் பணம் வைத்திருக்கும் அல்லது பயன்படுத்தும் மொத்தக் காலத்திற்கும் வட்டியானது கணக்கிடப்படுகிறது. இந்த முறையில் கணக்கிடப்படும் வட்டியே தனிவட்டி எனப்படுகிறது.

அசல் ₹P என்ற தொகைக்கு ஆண்டுக்கு r% வட்டி வீதம் ஓராண்டுக்குச் செலுத்தப்படும் வட்டி $\frac{P\times r}{100}$. எனவே, செலுத்த வேண்டிய தனிவட்டி (I) 'n' வருடங்களுக்கு $\frac{P\times n\times r}{100}$ (அல்லது) $\frac{Pnr}{100}$ ஆகும்.

எனவே 'n' வருடங்களின் முடிவில் செலுத்த வேண்டிய மொத்தக் கூடுதல் தொகை $A = P + I$

எடுத்துக்காட்டு 2.24 ₹ 25,000 இக்கு 8% வட்டி வீதம் 3 ஆண்டுகளுக்குத் தனிவட்டி காண்க.

தீர்வு

இங்கு அசல் (P) = ₹ 25,000

வட்டிவீதம் (r) = 8 % ஆண்டுக்கு

காலம் (n) = 3 ஆண்டுகள்

தனிவட்டி $(I) = \frac{Pnr}{100}$

$$= \frac{25000 \times 3 \times 8}{100} = 6000$$

எனவே, தனிவட்டி ₹ 6,000 ஆகும்.

இவற்றை முயல்க

1. அர்ஜுன் ஒரு வங்கியிலிருந்து ஆண்டுக்கு 5% வட்டி வீதம் ₹ 5000 ஐக் கடனாகப் பெற்றார். மூன்று ஆண்டுகளின் முடிவில் அவர் செலுத்த வேண்டிய வட்டியையும் மொத்தத் தொகையையும் காண்க.
2. சாந்தி ஒரு வங்கியிலிருந்து, ஆண்டுக்கு 12% வட்டி வீதம் ₹ 6,000 ஐ 7 ஆண்டுகளுக்குக் கடனாகப் பெற்றார் எனில், 7 ஆண்டுகள் கழித்து அவர் எவ்வளவு பணத்தைச் செலுத்தினால் கடன் தீரும்?

எடுத்துக்காட்டு 2.25 குமரவேல் ஒரு குறிப்பிட்டத் தொகைக்கு 10% வட்டி வீதம் 2 ஆண்டுகள் கழித்து ₹ 750 ஐத் தனிவட்டியாகச் செலுத்தினால், அசலைக் காண்க.

தீர்வு

வட்டிவீதம் (r) = 10% ஒரு ஆண்டுக்கு

காலம் (n) = 2 ஆண்டுகள்

$$\text{தனிவட்டி } (I) = \frac{Pnr}{100}$$

$$750 = \frac{P \times 2 \times 10}{100}$$

$$\text{எனவே, அசல் } (P) = \frac{750 \times 100}{2 \times 10} = 3750$$

எனவே, குமரவேல் கடனாகப் பெற்றத் தொகை ₹ 3,750 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.26 எத்தனை ஆண்டுகளில் ₹ 5,600 ஆண்டுக்கு 6% தனிவட்டி வீதத்தில் ₹ 6,720 ஆக உயரும்.

தீர்வு

அசல் (P) = ₹ 5,600

வட்டிவீதம் (r) = 6% ஒரு ஆண்டுக்கு

மொத்தத் தொகை = ₹ 6,720

மொத்தத் தொகை = அசல் + தனிவட்டி

தனி வட்டி = மொத்தத் தொகை – அசல்

= 6720 – 5600

= 1120

தனிவட்டி $= \frac{Pnr}{100}$ என்பது நமக்குத் தெரியும்.

$$1120 = \frac{5600 \times 6 \times n}{100}$$

$$n = \frac{1120 \times 100}{5600 \times 6} = 3\frac{1}{3} \text{ ஆண்டுகள்.}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.27 சதீஷ்குமார் என்பவர் ஒரு கடன் வழங்கு நபரிடமிருந்து ₹ 52,000 ஐ ஒரு குறிப்பிட்ட தனிவட்டி வீதத்தில் கடனாகப் பெற்றார். 4 ஆண்டுகள் கழித்து சதீஷ்குமார் ₹ 79,040 ஐ மொத்தத் தொகையாகச் செலுத்தினார் எனில், வட்டி வீதத்தைக் காண்க.

தீர்வு

அசல் (P) = ₹ 52000

காலம் (n) = 4 ஆண்டுகள்

தனிவட்டி = மொத்தத் தொகை − அசல்

$= 79040 - 52000 = 27040$

தனிவட்டி $(I) = \frac{Pnr}{100}$

எனவே, $27040 = \frac{52000 \times r \times 4}{100}$

$$r = \frac{27040 \times 100}{52000 \times 4} = 13\%.$$

எடுத்துக்காட்டு 2.28 அசல் ₹ 46,000 ஐ 1 ஆண்டு 9 மாதக் காலத்திற்குப் பிறகு தனிவட்டி மூலம் மொத்தத் தொகையாக ₹ 52,440 ஆக உயர்ந்தது எனில், வட்டி வீதத்தைக் காண்க.

தீர்வு

$A = P + I$

$I = A - P$

$= 52440 - 46000$

$= ₹ 6,440$

$r = ?$

தனிவட்டி $(I) = \frac{Pnr}{100}$

எனவே, $6440 = \frac{46000 \times r \times \frac{7}{4}}{100}$

$$6440 = 46000 \times r \times \frac{7}{4} \times \frac{1}{100}$$

$$r = \frac{6440 \times 4 \times 100}{46000 \times 7}$$

$= 8\%.$

1 ஆண்டு 9 மாதங்கள் $= 1\frac{9}{12}$

$= 1\frac{3}{4}$

$= \frac{7}{4}$

எடுத்துக்காட்டு 2.29 ஓர் அசல் ஆண்டுக்கு 10% வட்டி வீதத்தில் 5 ஆண்டுகளில் ₹ 10,050 ஆக உயர்ந்தது எனில், அசலைக் காண்க.

தீர்வு

$A = ₹\,10{,}050$

$n = 5$ ஆண்டுகள்

$r = 10\%$

$P = ?$

கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளுடன் அசலைக் கணக்கிடப் பின்வருமாறு நாம் தொடர்வோம்.

[நாம் அறிந்தது]

$$I = \frac{Pnr}{100}$$

$$A = P + I$$

$$A = P + \frac{Pnr}{100}$$

$$A = P\left(1 + \frac{nr}{100}\right)$$

எனவே, $10,050 = P\left(1 + \frac{10 \times 5}{100}\right)$

$$= P\left(1 + \frac{50}{100}\right)$$

$$= P\left(\frac{150}{100}\right)$$

$$= P\left(\frac{3}{2}\right)$$

எனவே, $P = 10{,}050 \times \frac{2}{3} = 3{,}350 \times 2 = 6{,}700$

ஆகவே, அசல் ₹ 6,700 ஆகும்.

சிந்திக்க

தனிவட்டியில் ஒரு அசல் 10 ஆண்டுகளில் இரு மடங்கானால் அந்த அசல் மும்மடங்காக மாறுவதற்கு அல்லது உயருவதற்கு எத்தனை ஆண்டுகள் ஆகும்?

பயிற்சி 2.4

1. ₹ 35,000 இக்கு ஆண்டுக்கு 9% வட்டி வீதம் இரண்டு ஆண்டுகளுக்குத் தனிவட்டியைக் காண்க.
2. அரவிந்த் என்பவர் ₹ 8000 ஐ, ஆகாஷ் என்பவரிடமிருந்து ஆண்டுக்கு 7% தனிவட்டி வீதம் கடனாகப் பெற்றார். இரண்டு ஆண்டுகளின் முடிவில் அரவிந்த் செலுத்த வேண்டிய தனிவட்டியையும் மொத்தத் தொகையையும் காண்க.
3. ஷீலா என்பவர் ஒரு குறிப்பிட்ட அசலுக்கு 4 ஆண்டுகளுக்கு 9.5% வட்டி வீதத்தில் தனிவட்டியாக ₹ 21,280 ஐச் செலுத்தினார் எனில், அசலைக் காண்க.
4. பாட்ஷா என்பவர் ஒரு வங்கியிலிருந்து ஒரு குறிப்பிட்ட தனிவட்டி வீதத்தில் ₹ 8,500 ஐக் கடனாகப் பெற்றார். மூன்று ஆண்டுகள் கழித்து அவர் ₹ 11,050 ஐச் செலுத்திக் கடனை அடைத்தார் எனில் வட்டி வீதம் எவ்வளவு?

5. ஆண்டுக்கு 13% வட்டி வீதத்தில் ஒரு தொகை ₹ 16,500 இலிருந்து எத்தனை ஆண்டுகளில் ₹ 22,935 ஆக உயரும்?

6. ஆண்டுக்கு 6% வட்டிவீதத்தில் ஒரு தொகை ₹ 17,800 இலிருந்து எத்தனை ஆண்டுகளில் ₹ 19,936 ஆக உயரும்?

7. கடனாக வழங்கப்பட்ட அசல் ₹ 48,000 இக்கு 2 ஆண்டுகள் 3 மாதக் காலத்திற்குப் பின் தனிவட்டி மூலம் பெறப்பட்ட மொத்தத் தொகை ₹ 55,560 ஆக இருந்தது எனில், வட்டி வீதத்தைக் காண்க.

8. ஒரு தொகையானது 3 ஆண்டுகளில் 12% தனிவட்டி வீதத்தில் தொகை ₹ 17,000 ஆகக் கிடைக்கிறது எனில், அந்தத் தொகையைக் காண்க.

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

9. ஒரு குறிப்பிட்டக் காலத்திற்கு ₹ 4,500 அசலுக்கு மொத்தத் தொகை ₹ 5,000 கிடைத்தால், அதனுடைய தனிவட்டி
   (i) ₹ 500 (ii) ₹ 200 (iii) 20% (iv) 15%

10. பின்வருவனவற்றில் எது ₹ 1,000 அசலுக்காக ஓராண்டுக்கு 10% என்ற வீதத்தில் தனிவட்டியாகும்.
    (i) ₹ 200 (ii) ₹ 10 (iii) ₹ 100 (iv) ₹ 1,000

11. பின்வரும் வட்டி வீதத்தில் எது ₹ 2,000 அசலுக்கு ஓராண்டுக்கு ₹ 200 ஐ தனிவட்டியாகக் கொடுக்கக்கூடியதாக இருக்கும்?
    (i) 10% (ii) 20% (iii) 5% (iv) 15%

பயிற்சி 2.5

பலவகைத் திறனறி பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. மதி தனது அடுக்குமாடிக் குடியிருப்பை வாங்கும்போது வைப்புத் தொகையாக அதன் மதிப்பில் 10 இல் ஒரு பங்கைச் செலுத்தினார் எனில், வைப்புத் தொகையின் சதவீதம் காண்க.

2. ஒரு தேர்வில் யாழினி 25 இக்கு 15 மதிப்பெண்கள் பெற்றாள் எனில், அதன் சதவீதம் காண்க.

3. ஒரு பள்ளியில் மொத்தமுள்ள 120 ஆசிரியர்களில் 70 ஆசிரியர்கள் ஆண்கள் எனில், ஆண் ஆசிரியர்களின் சதவீதத்தைக் காண்க.

4. ஒரு மட்டைப் பந்து (கிரிக்கெட்) அணி ஒரு வருடத்தில் 70 போட்டிகளில் வெற்றியும் 28 போட்டிகளில் தோல்வியும் 2 போட்டிகளில் முடிவு ஏதுமில்லை எனவும் இருந்தால் அணியின் வெற்றிச் சதவீதத்தைக் கணக்கிடுக.

5. ஒரு கிராமப்புறப் பள்ளியில் 500 மாணவர்கள் பயின்று வருகின்றனர். அதில் 370 மாணவர்களுக்கு நீந்தத் தெரியும் எனில், நீந்தத் தெரிந்தவர்களின் சதவீதத்தையும், நீந்தத் தெரியாதவர்களின் சதவீதத்தையும் காண்க.

6. சரளா என்பவரின் ஊதியத்திற்கும் சேமிப்பிற்கும் இடையேயுள்ள விகிதம் 4:1 எனில், அவரது சேமிப்பைச் சதவீதத்தில் கூறுக.

7. ஒரு விற்பனையாளர் அவர் செய்யும் விற்பனைத் தொகையில் 5% தரகாகப் பெறுகிறார். அவர் செய்த விற்பனை ₹ 1500 எனில், அவர் பெறும் தரகு எவ்வளவு?

8. 2015 ஆம் ஆண்டின் உலகக் கோப்பை கிரிக்கெட் போட்டிக்கான நுழைவுச்சீட்டு ₹1,500 ஆக இருந்தது. தற்போது அதன் விலை 18% ஆக உயர்ந்தால், நுழைவுச்சீட்டின் விலை எவ்வளவு?

9. 50 இல் 2 என்பது எவ்வளவு சதவீதமாகும்?

10. 8 இன் எத்தனை சதவீதம் 64 ஆகும்.

11. ஸ்டீபன் என்பவர் தனது வங்கியின் சேமிப்புக் கணக்கில் ₹10,000 ஐ 2% தனிவட்டி வீதத்தில் முதலீடு செய்தார் எனில், 4 ஆண்டுகளின் முடிவில் அவர் பெறும் தனிவட்டி எவ்வளவு?

12. ரியா என்பவர் மகிழுந்து வாங்குவதற்காக ₹15,000 ஐ 10% தனிவட்டி என்ற வீதத்தில் கடனாகப் பெற்றார். அவர் ₹9,000 ஐக் கடனை முடிக்கும் தருவாயில், வட்டியாகச் செலுத்தினார் எனில், கடனைப் பயன்படுத்திய காலத்தைக் கணக்கிடுக.

13. ₹3,000 அசலுக்கு ஆண்டுக்கு 8% என வழங்கப்படும் தனிவட்டியானது ₹4,000 அசலுக்கு ஆண்டுக்கு 12% என 4 ஆண்டுகளுக்கு வழங்கப்படும் தனிவட்டிக்கு நிகராகும் காலம் என்ன?

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

14. ஒரு நபர் தனது பயணத்தை 80 கி.மீ மகிழுந்திலும் 320 கி.மீ தொடர்வண்டியிலும் மேற்கொள்கிறார் எனில், மொத்தப் பயணத்தில் அவர் மகிழுந்தில் பயணம் செய்த தூரத்தின் சதவீதத்தையும் தொடர்வண்டியில் பயணம் செய்த தூரத்தின் சதவீதத்தையும் காண்க.

15. இலலிதா என்பவர் தான் எழுதிய ஒரு கணிதத் தேர்வில் 35 சரியான பதில்களும் 10 தவறான பதில்களும் எழுதினார் எனில், அவர் அளித்த சரியான பதில்களின் சதவீதம் என்ன?

16. குமரன் ஆண்டுக்கு 7 மாதங்கள் வேலை செய்கிறார் எனில், அந்த ஆண்டில் அவர் எவ்வளவு சதவீதம் வேலை செய்தார் என்பதைக் கணக்கிடுக.

17. ஒரு கிராமத்தின் மக்கள்தொகை 8000. இவர்களில் 80% பேர் கல்வியறிவு பெற்றவர்கள். அதில் 40% பெண்கள் எனில், கல்வியறிவு பெற்ற பெண்களின் எண்ணிக்கைக்கும் மொத்த மக்கள்தொகைக்கும் உள்ள சதவீதத்தைக் காண்க.

18. ஒரு மாணவர் 20 கேள்விகள் கொண்ட கணிதத் தேர்வை எதிர்கொண்டு அதில் 80% மதிப்பெண்கள் பெற்றார் எனில், அவர் எத்தனை கேள்விகளுக்குச் சரியாகப் பதிலளித்தார்?

19. 8.5 கி.கி எடை கொண்ட ஓர் உலோகப் பட்டையில் 85% வெள்ளி எனில், அதில் வெள்ளியின் எடையைக் காண்க.

20. ஒரு தொடர்வண்டியில் பயணச்சீட்டின் முழுக்கட்டணம் ₹230. சலுகை அட்டை வைத்திருப்பவர்களுக்கு ₹120 இக்கு டிக்கெட் வழங்கப்பட்டால், சலுகை அட்டைதாரர்களுக்கு வழங்கப்பட்ட தள்ளுபடிச் சதவீதத்தைக் காண்க.

21. ஒரு தண்ணீர்த் தொட்டியின் கொள்ளளவு 200 லிட்டர்கள் ஆகும். தற்போது அதில் 40% தண்ணீர் நிரம்பியுள்ளது எனில், 75% தண்ணீர் அதில் நிறைய வேண்டுமெனில் இன்னும் எத்தனை லிட்டர்கள் தண்ணீர் தேவைப்படும்?

22. இவற்றுள் எது பெரியது: $16\frac{2}{3}$ அல்லது $\frac{2}{5}$ அல்லது 0.17

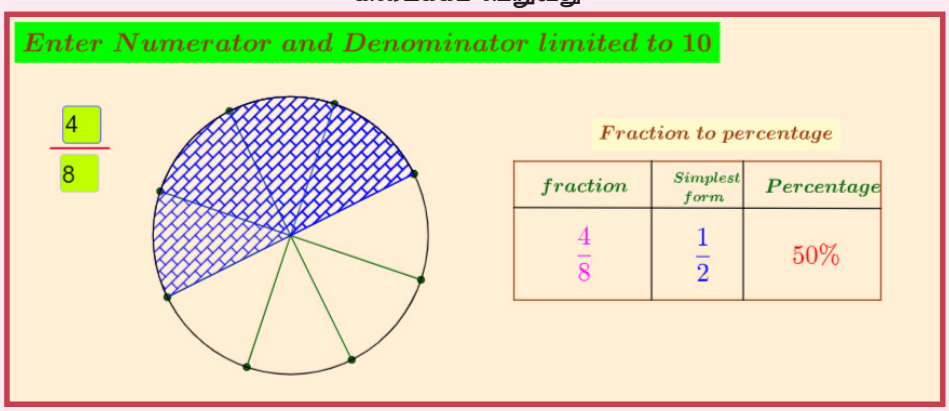
23. ஓர் இயந்திரத்தின் தற்போதைய மதிப்பு ₹ 1,62,000. ஒவ்வொரு ஆண்டுக்கும் இவ்வியந்திரத்தின் மதிப்பு 10% குறைகிறது எனில், இரண்டு ஆண்டுகள் கழித்து அவ்வியந்திரத்தின் மதிப்பு என்ன?
24. ஒரு தொகை ஒரு குறிப்பிட்ட தனிவட்டி வீதத்தில் 2 ஆண்டுகளில் ₹ 6,200 எனவும், 3 ஆண்டுகளில் ₹ 6,800 எனவும் உயர்கிறது எனில் அந்தத் தொகையையும், வட்டி வீதத்தையும் காண்க.
25. கடனாக வழங்கப்பட்ட அசல் ₹ 46,900க்கு 2 ஆண்டுகளுக்குப் பின் தனிவட்டி மூலம் பெறப்பட்ட மொத்தத் தொகை ₹ 53,466 எனில், வட்டி வீதத்தைக் காண்க.
26. அருண் என்பவர் பாலாஜி என்பவருக்கு ₹ 5,000 ஐ 2 ஆண்டுகளுக்கும் சார்லஸ் என்பவருக்கு ₹ 3,000 ஐ 4 ஆண்டுகளுக்கும் ஒரே தனிவட்டி வீதத்தில் வழங்கினார். ஆக மொத்தமாக ₹ 2,200 ஐ வட்டியாக அருள் பெற்றார் எனில், வட்டி வீதத்தைக் காண்க.
27. ஓர் அசலானது 4 ஆண்டுகளில் இரண்டு மடங்காகிறது எனில், வட்டி வீதத்தைக் காண்க. (அசல் P = ₹ 100 என வைக்க வேண்டும்).

பாடச்சுருக்கம்

- சதவீதம் என்பது பகுதியில் 100 ஐக் கொண்ட ஒரு பின்னம் ஆகும்.
- ஒரு பின்னத்தைச் சதவீதமாக மாற்றுவதற்கு அந்தப் பின்னத்தின் பகுதியையும் தொகுதியையும் 100 ஆல் பெருக்க வேண்டும்.
- ஒரு சதவீதத்தைப் பின்னமாக மாற்ற, அச்சதவீதத்தைப் பகுதியில் 100 ஐக் கொண்ட பின்னமாக எழுதவேண்டும்.
- பின்னங்களைச் சதவீதமாக மாற்றுவதற்கு, கொடுக்கப்பட்ட பின்னத்தை 100% ஆல் பெருக்கவும்.
- அசல் என்பது கடனாகப் பெற்ற அல்லது வழங்கிய தொகை.
- கடன் பெற்றவர் அந்த அசலை ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்திற்கு பயன்படுத்தியதற்காக, ஒரு கூடுதல் தொகையை அசலுடன் சேர்த்துத் தர வேண்டும். அந்தக் கூடுதல் தொகையே வட்டி எனப்படும்.
- வட்டி விகிதம் என்பது அசலுக்கு ஒவ்வொரு ஆண்டும் சதவீதத்தில் கணக்கிடப்படும்.
- காலம் என்பது கடன் பெறப்பட்ட அல்லது வழங்கப்பட்ட கால இடைவெளியைக் குறிக்கும்.
- மொத்தத் தொகை என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்திற்குப் பிறகு கடன் பெற்றவர் கடன் அளிப்பவருக்குத் திருப்பியளிக்கும் தொகையாகும். இதை, மொத்தத் தொகை = அசல் + வட்டி என்ற சூத்திரத்தின் மூலம் காணலாம்.
- தனிவட்டியைப் பின்வரும் சூத்திரத்தின் மூலம் காணலாம். தனிவட்டி = $\frac{P \times n \times r}{100}$
  இங்கு P – அசல், r – வட்டி வீதம், n – காலம்

சதவீதமும் தனிவட்டியும்

செயல்பாட்டின் இறுதியில்
கிடைக்கப் பெறுவது



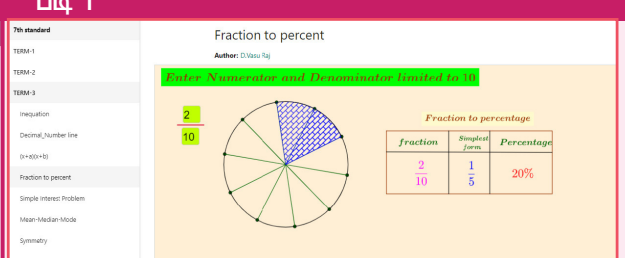
படி 1

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள உரலியைத் தட்டச்சு செய்து அல்லது விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி இணையத்தினுள் நுழைந்த பின் ஜீயோ ஜீப்ரா என்னும் இணையப் பக்கத்தில் "பின்னத்திலிருந்து சதவீதம்" என்னும் பணித்தாள் திறக்கும். அப்பணித்தாளில் தொகுதியையும் பகுதியையும் உள்ளீடுசெய்து, பின்னத்தையும் சதவீதத்தையும் கணக்கிடலாம்.

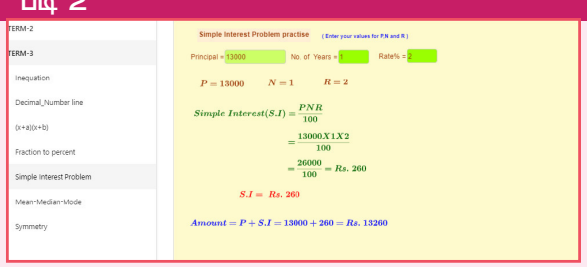
படி 2

பணித்தாளின் இடது பக்கத்தில் உள்ள "தனிவட்டி கணக்கு" என்பதைச் சொடுக்கவும். பின்னர் P, n மற்றும் r இன் மதிப்புகளை, அதற்குரிய கட்டங்களில் உள்ளீடுசெய்து, தனிவட்டியையும் மொத்தத்தொகையையும் பெறலாம்.

படி 1



படி 2



செயல்பாட்டிற்கான உரலி

பின்னத்திலிருந்து சதவீதம்: https://www.geogebra.org/m/f4w7csup#material/frbmnsrw

அல்லது விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்க.

அலகு

3

இயற்கணிதம்

கற்றல் நோக்கங்கள்

- வடிவக் கணித நிரூபண முறையில்,
  - $(x+a)(x+b)=x^2+x(a+b)+ab$
  - $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
  - $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ மற்றும்
  - $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ ஆகிய முற்றொருமைகளைத் தருவித்தல்
- அந்த முற்றொருமைகளைப் பயன்படுத்திக் கணக்குகளைத் தீர்க்கும் முறையை அறிதல்.
- காரணிப்படுத்தக் கூடிய இயற்கணிதக் கோவைகளை இனங்காணுதல்.
- ஒரு மாறியுடன் கூடிய அசமன்பாடுகளை எண்கோட்டில் குறித்தல்.

3.1 அறிமுகம் – முற்றொருமைகள்

அடுக்குக் குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தி, இயற்கணிதக் கோவைகளை உருவாக்குவது குறித்து, நாம் ஏற்கனவே கற்றறிந்தோம். எடுத்துக்காட்டாக, x^2+3x+2 என்னும் இயற்கணிதக் கோவையின் மாறி x. இக்கோவையை, $x^2+3x=-2$ என்றவாறு சமன்பாடாக மாற்றி எழுதுவோம்.

x இன் எண் மதிப்பைப் பிரதியிடுவதன் மூலம் இச்சமன்பாடுகளைச் சரிபார்க்கலாம்.

$x=-2$ எனில், இடதுபக்கம் (L.H.S) $=x^2+3x=(-2)^2+3(-2)$

$=4-6$

$=-2=$ வலதுபக்கம் (R.H.S)

ஆதலால், $x=-2$ எனும்போது இச்சமன்பாடு உண்மையாகும்.

$x=-1$ எனில், இடதுபக்கம் $=x^2+3x=(-1)^2+3(-1)$

$=1-3$

$=-2=$ வலதுபக்கம்

ஆதலால், $x=-1$ எனும்போது இச்சமன்பாடு உண்மையாகும்.

ஆனால், $x=1$ எனில், இடதுபக்கம் $=x^2+3x=(1)^2+3(1)$

$=1+3$

$=4\neq$ வலதுபக்கம்

ஆதலால், $x=1$ எனும்போது இச்சமன்பாடு உண்மையல்ல. மேலும், $x^2+3x=-2$ என்பது x இன் மதிப்புகள் -1 மற்றும் -2 ஆக இருக்கும்போது மட்டுமே உண்மையாகும். இவற்றிலிருந்து மாறியின் எல்லா மதிப்புகளுக்கும் இச்சமன்பாடு பொருந்தாது என அறிகின்றோம்.

இப்போது, $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ என்னும் இயற்கணிதச் சமன்பாட்டைக் கருதுக. கொடுக்கப்பட்ட மாறிகள் a மற்றும் b இன் மதிப்புகளுக்கு இவைகளின் மதிப்புகளைக் காண்போம்.

எடுத்துக்காட்டாக, $a = 3$ மற்றும் $b = 5$ எனும்போது,

இடதுபக்கம் = $(a+b)^2 = (3+5)^2 = 8^2 = 8 \times 8 = \mathbf{64}$

வலதுபக்கம் = $a^2 + 2ab + b^2 = 3^2 + (2 \times 3 \times 5) + 5^2 = 9 + 30 + 25 = \mathbf{64}$

எனவே, $a = 3$ மற்றும் $b = 5$ எனில், வலதுபுறம் = இடதுபுறம்

இதேபோல், $a = 4$ மற்றும் $b = 7$ எனில்,

இடதுபக்கம் = $(a+b)^2 = (4+7)^2 = 11^2 = \mathbf{121}$

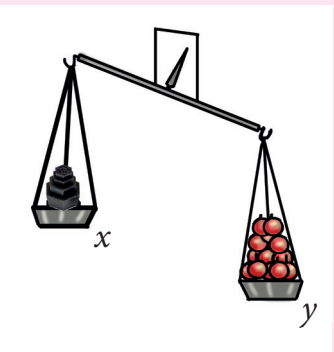
வலதுபக்கம் = $a^2 + 2ab + b^2 = 4^2 + 2 \times 4 \times 7 + 7^2 = 16 + 56 + 49 = \mathbf{121}$

இப்போது, $a = 4$ மற்றும் $b = 7$ எனில், இடதுபுறம் = வலதுபுறம்

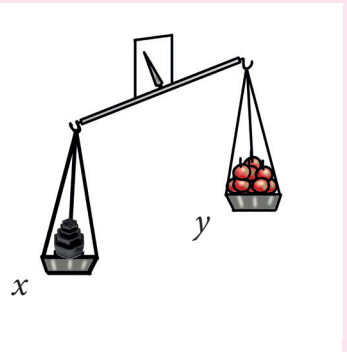
மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து, a, b ஆகிய மாறிகளுக்கு எந்த மதிப்பைப் பிரதியிட்டாலும், இடதுபக்கமும் (L.H.S) வலதுபக்கமும் (R.H.S) ஒரே மதிப்பைப் பெறுவதை அறிகின்றோம். மாறியின் எந்த மதிப்புக்கும், சமநிலை மாறாத இத்தகைய சமன்பாடுகளை முற்றொருமை என்கிறோம். எனவே, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ என்னும் சமன்பாடு ஒரு முற்றொருமை என அறிய முடிகிறது.

பொதுவாக, மாறியின் எல்லா மதிப்புகளுக்கும் பொருந்தக்கூடிய இயற்கணிதச் சமன்பாடுகள், முற்றொருமை எனப்படும். சில அடிப்படை இயற்கணித முற்றொருமைகளை அதன் வடிவக் கணித நிரூபணத்துடன் காண்போம்.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் அசமன்பாடுகள்



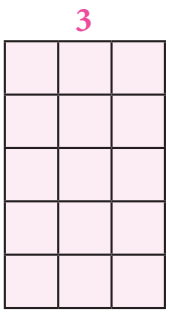
$x < y$



$x > y$

3.2 வடிவக் கணிதத்தில் ஒருறுப்புக் கோவைகளின் பெருக்கல்

பெருக்கல் செயல்பாட்டைப் பல்வேறு வழிகளில் செய்ய முடியும் என்பதை நாம் ஏற்கனவே கற்றறிந்தோம். அவற்றுள் ஒன்றாகப் பெருக்கலை இரு பரிமாண உருவங்களின் பரப்பாகக் காணுதல்.

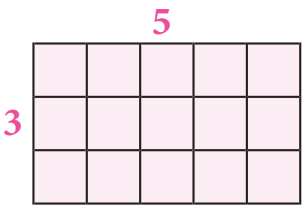


படம். 3.1

எடுத்துக்காட்டாக, 5×3 என்னும் பெருக்கலை, படம் 3.1 இல் உள்ளவாறு குறிக்கலாம். இந்தப் படத்திலுள்ள பெருக்கல் $5 \times 3 = 15$ ஆனது, 5 நிரைகள், 3 நிரல்களால் உருவான 15 சிறு சதுரங்களைக் குறிக்கிறது. படம் 3.2 லிருந்து, 5×3 என்னும் பெருக்கலும், 3×5 என்னும் பெருக்கலும் சமம் என்பது தெளிவாகிறது. (ஏனெனில், பெருக்கலானது பரிமாற்றுப் பண்புக்கு உட்பட்டது).

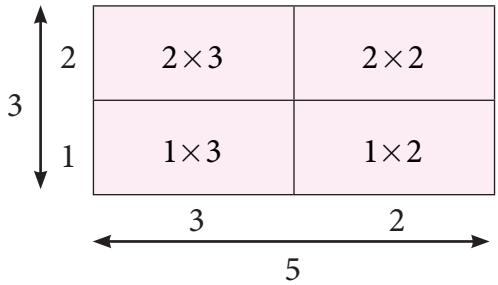
இங்கு, பெருக்கலானது வலைப்பின்னல் மாதிரியால் விளக்கப்பட்டுள்ளது.

இதனைப் பரப்பைக் குறிக்கும் மாதிரியாகவும் பயன்படுத்தலாம். ஒரு வரிசைக்கு 5 சதுரம் வீதமாக, மூன்று வரிசைகள் உள்ளன. எனவே, $5\times3=15$. மேலும், $3\times5=15$ ஆகும்.



படம். 3.2

ஒரு பெரிய பரப்பை பல சிறிய பரப்புகளாகப் பிரிப்பதன் மூலம் பெருக்கலை நன்கு புரிந்துகொள்ளலாம். எடுத்துக்காட்டாக, மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டிலிருந்து செவ்வகத்தைப் பின்வருமாறு பிரிக்கலாம்.



$$\begin{aligned}5\times3&=(2\times3)+(2\times2)+(1\times3)+(1\times2)\\&=6+4+3+2\\&=15\end{aligned}$$

சிந்திக்க

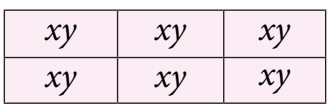
நீள, அகலங்களைக் குறிக்கும் எண்களை ஒரே வழியில் மட்டும்தான் பிரிக்க இயலுமா? விவாதிக்க.

இவ்வகையில், பகுப்பாய்வு மாதிரிகளைப் (decomposition model) பயன்படுத்தி, பெரிய எண்களின் பெருக்கலை எளிதில் காண இயலும்.

குறிப்பு

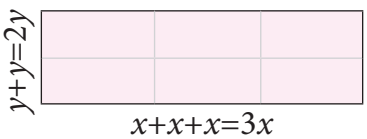
பரப்பைக் குறிக்கும் மாதிரிகளை உருவாக்கும்போது, எண் அளவுகளுக்கேற்ப வரைய வேண்டியதில்லை. ஏனெனில் மாதிரிகள் கருத்தியல் நிலையையே குறிக்கிறது.

இந்தப் பெருக்கல் முறையின் நீட்சியாக மாறிகளின் பெருக்கலைக் காண்போம்.



படம். 3.3

நீளம் 'x' ஆகவும், அகலம் 'y' ஆகவும் உள்ள செவ்வக வடிவ வில்லைகள் சிலவற்றைக் கருதுக. எனவே, ஒரு வில்லையின் பரப்பளவு xy ஆகும். அவற்றைப் படம் 3.3 இல் உள்ளவாறு அடுக்கி அதன் பரப்பளவைக் காண முயல்வோம்.



படம். 3.4

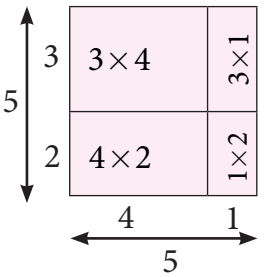
படம் 3.3 இல், 6 வில்லைகள் இணைந்து ஒரு செவ்வக வடிவத்தை உருவாக்குகிறது. ஒவ்வொரு வில்லையின் பரப்பளவும் xy ஆதலால், மொத்த உருவத்தின் பரப்பளவு $6\times xy=6xy$ ..(1)

படம் 3.4 இல் செவ்வக உருவத்தின் நீளம் $x+x+x=3x$ மற்றும் அகலம் $y+y=2y$ எனக் கணக்கிடுவதன் மூலம் அதன் பரப்பளவைக் கண்டறியலாம். ஆகவே, அதன் பரப்பளவு = $3x\times2y$. …… (2)

இப்போது, 6 வில்லைகளைப் படம் 3.5 இல் உள்ளவாறு மாற்றி அடுக்குவோம். புதிய செவ்வக உருவத்தின் நீளம் $y+y=2y$ மற்றும் அகலம் $x+x+x=3x$ எனில், அதன் பரப்பளவு = $2y\times3x$ ……(3)

படம். 3.5

சமன்பாடுகள் (1), (2), (3) ஆகியவற்றிலிருந்து அனைத்துப் பரப்புகளும் ஒரே உருவத்தைக் குறிப்பதனால், $6xy = 3x \times 2y = 2y \times 3x$.

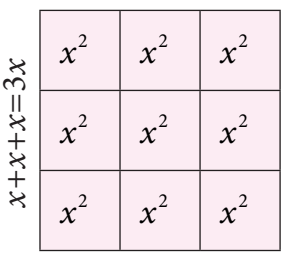


வடிவக் கணிதம் மூலமாக 5×3 பெருக்கலை நாம் ஏற்கனவே கற்றுள்ளோம். இப்போது, இரண்டாம் எண் 3 இக்கு பதிலாக, 5 ஐப் பிரதியிட நமக்கு 5×5 கிடைக்கிறது.

5×5 ஐக் கருதுக. வர்க்க எண் $5^2 = 25$ என்பதைப் பின்வருமாறு குறிக்கலாம். (மேலேயுள்ள படத்தைக் காண்க)

$$\begin{aligned} 5^2 &= (3 \times 4) + (1 \times 3) + (4 \times 2) + (1 \times 2) \\ &= 12 + 3 + 8 + 2 \\ &= 25 \end{aligned}$$

படம் 3.5 இல் மாறிகளுக்கும் இதே போன்று நீட்சி செய்தால், அதாவது, $2y$ இக்கு பதிலாக $3x$ ஐப் பிரதியிட்டால், நீளமும் அகலமும் சமமாகி ஒரு சதுர வடிவம் கிடைக்கிறது.



படம் 3.6

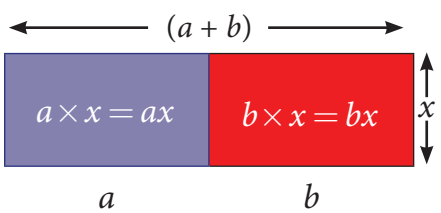
படம் 3.6 இல், பக்கங்கள் $3x$ மற்றும் சதுரத்தின் பரப்பளவு $= 3x \times 3x$ ……(4)

மேலும், ஒரு வில்லையின் பரப்பளவு x^2 என்பதுடன் ஒன்பது வில்லைகள் இருப்பதால், மொத்தச் சதுரத்தின் பரப்பு $9x^2$ ….. (5) ஆகும்.

(4), (5) இலிருந்து இரு பரப்புகளும் சமம் என்பதால், $3x \times 3x = 9x^2$ எனக் கிடைக்கிறது.

இப்போது, x மற்றும் $(a+b)$ இன் பெருக்கற்பலனைக் காண்போம்.

படம் 3.7 இலிருந்து இரு செவ்வகங்கள் இணைந்து ஒரு புதிய செவ்வகத்தை உருவாக்குகிறது. செவ்வகங்களின் அகலம் x மற்றும் அவற்றின் நீளங்கள் முறையே a மற்றும் b ஆகும். பெரிய செவ்வகத்தின் நீள, அகலம் முறையே $(a+b)$ மற்றும் x எனக் கொண்டால்,



படம் 3.7

பெரிய செவ்வகத்தின் பரப்பு = செவ்வகம் 1 இன் பரப்பு + செவ்வகம் 2 இன் பரப்பு

எனவே, $(a+b) \times x = (a \times x) + (b \times x)$ (பங்கீட்டு பண்பு)

$$= ax + bx .$$

ஆகவே, இரண்டு ஒருறுப்புக் கோவைகளின் பெருக்கலைப் பின்வருமாறு கருதலாம்.

குறிப்பு

ஒருறுப்புக் கோவைகளின் பெருக்கற்பலனும் ஒருறுப்புக் கோவையாகும்.

1. இரு ஒருறுப்புக் கோவைகளும் ஒரே மாறியை கொண்டிருக்கும் எனில்,

- இரு ஒருறுப்புக் கோவைகளின் எண் கெழுக்களைத் தனியே பெருக்க வேண்டும்.
- ஒரே மாறியில் அமைந்த உறுப்புகளைப் பெருக்க, அடுக்கு விதியைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

அதாவது, எடுத்துக்காட்டாக, $x \times x = x^1 \times x^1 = x^{1+1} = x^2$.

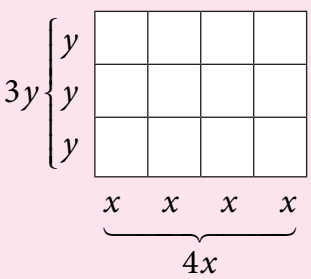
மேலும், $3x^2 \times 2x^3 = (3 \times 2)(x^2 \times x^3) = 6 \times x^{2+3} = 6x^5$.

2. வெவ்வேறு மாறிகளைக் கொண்ட ஒருறுப்புக் கோவைகளை பெருக்கும்போது, அந்த மாறிகளின் பெருக்கற்பலனாக எழுதவேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக, $5x \times 4y = (5 \times 4) \times (x \times y) = 20xy$.

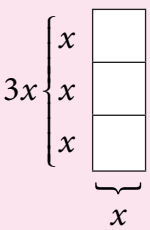
இவற்றை முயல்க

1. பின்வரும் உருவங்களை உற்றுநோக்கி, வடிவக் கணிதம் முறையில், அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண்க. மேலும், ஒருறுப்புக் கோவைகளின் பெருக்கலைப் பயன்படுத்தி, அவற்றைச் சரிபார்க்க.

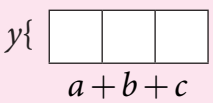
i)



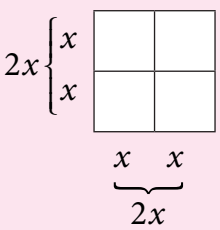
ii)



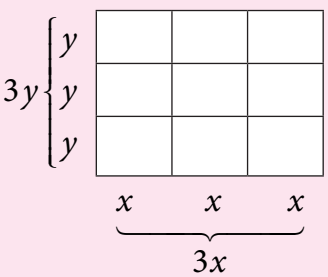
iii)



iv)



ii)

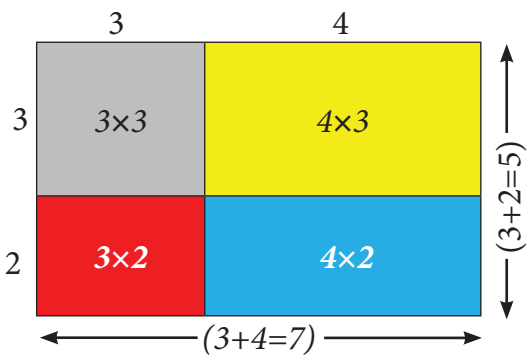


2. ஒரு செவ்வக வில்லையின் நீளத்தையும் அகலத்தையும் முறையே x மற்றும் y என்க. கீழ்க்கண்ட பரப்பளவுகள் கிடைக்கும் வகையில் உங்களால் முடிந்த எண்ணிக்கையில் செவ்வகங்களை உருவாக்கி அவற்றின் பக்க அளவுகளையும் குறிப்பிடுக.

(i) $12xy$ (ii) $8xy$ (iii) $9xy$

3.3 முற்றொருமைகளின் வடிவியல் நிரூபணம்

ஒருறுப்புக் கோவைகளைப் பெருக்கும் இந்த முறையைப் பயன்படுத்திச் சில இயற்கணிதக் கணக்குகளை எளிதில் தீர்க்க உதவக்கூடிய இயற்கணித முற்றொருமைகளை வடிவக்கணிதத்தின் உதவியுடன் நிரூபணம் செய்ய முயல்வோம்.



படம் 3.8

3.3.1 முற்றொருமை 1:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + x(a + b) + ab$$

நான்கு பகுதிகளைக் கருதுக. ஒரு பகுதி 3×3 பக்க அளவுகள் கொண்ட சதுர வடிவமாகும் (சாம்பல்). மேலும் மற்ற மூன்று பகுதிகளும் 4×3 (மஞ்சள்), 3×2 (சிவப்பு) மற்றும் 4×2 (நீலம்) அளவுகள் கொண்ட செவ்வக வடிவங்களாகும்.

இவற்றைப் படம் 3.8 இல் உள்ளவாறு செவ்வக வடிவில் அடுக்குவோம். இப்போது படத்தை உற்று நோக்கும்போது, பின்வரும் கூற்று உண்மையாகும்.

பெரிய செவ்வகத்தின் பரப்பு = சதுரத்தின் பரப்பு (சாம்பல்) + மூன்று செவ்வகங்களின் பரப்பு

$(3+4)(3+2)=(3\times3)+(4\times3)+(3\times2)+(4\times2)$

$(3+4)(3+2)=(3\times3)+3\times(4+2)+(4\times2)$ ...(1)

குறிப்பு

செவ்வகத்தின் பரப்பு
= (நீளம் × அகலம்) ச.அ

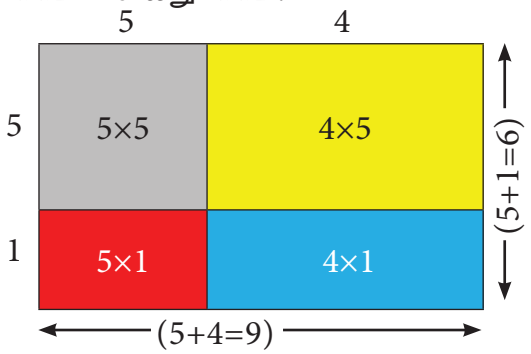
மேலும், சதுரத்தின் பரப்பு
= (பக்கம் × பக்கம்) ச.அ

இங்கு, இடதுபக்கம் = $(3+4)(3+2)=7\times5=35$

வலதுபக்கம் = $(3\times3)+3(4+2)+(4\times2)=9+(3\times6)+8$

$=9+18+8=35$

ஆகவே, இடதுபக்கம் = வலதுபக்கம்.



படம் 3.9

இதேபோல் படம் 3.9 இல் உள்ளவாறு வேறு நான்கு பகுதிகளைக் கருதுக. படத்திலிருந்து,

பெரிய செவ்வகத்தின் பரப்பு = சதுரத்தின் பரப்பு (சாம்பல்) + மூன்று செவ்வகங்களின் பரப்பு

$(5+4)\ (5+1) = (5\times5) + (5\times1) + (5\times4) + (1\times4)$

$(5+4)\ (5+1) = (5\times5) + 5(1+4) + (1\times4)$ ...(2)

சமன்பாடு (2) இன் இடதுபக்கம் $(5+1)(5+4)=6\times9=54$

வலதுபக்கம் $5^2+5(1+4)+(1\times4)=25+(5\times5)+4$

$=25+25+4=54$

ஆகவே, இடதுபக்கம் = வலதுபக்கம்.

எனவே, சமன்பாடுகள் (1) மற்றும் (2) இல் கொடுக்கப்பட்ட எல்லா மதிப்புகளும் உண்மை என அறிகிறோம்.

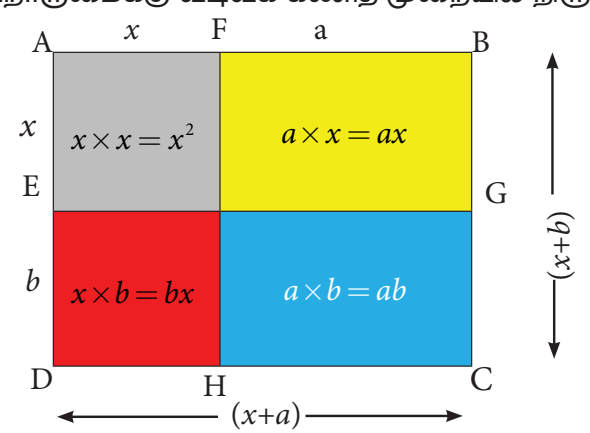
அந்த மூன்று மதிப்புகளை 'x', 'a' மற்றும் 'b' எனக்கொண்டு இவற்றை பொதுமைப்படுத்தும்போது,

நமக்கு கிடைக்கப்பெறுவது, $(x+a)(x+b)=(x\times x)+x(a+b)+(a\times b)$

அதாவது, $(x+a)(x+b)=x^2+x(a+b)+ab$

எனவே, $(x+a)(x+b)=x^2+x(a+b)+ab$ என்பது ஒரு முற்றொருமையாகும்.

இப்போது, இந்த முற்றொருமைக்கு வடிவக் கணித முறையில் நிரூபணம் காண்போம்.



படம் 3.10

செவ்வகத்தின் ஒரு பக்கம் $(x+a)$ எனில், மற்றொரு பக்கம் $(x+b)$ என்க.

செவ்வகம் ABCD இன் பரப்பு =நீளம் × அகலம் $=(x+a)(x+b)$ ...(3)

படம் 3.10 இலிருந்து பின்வரும் சமன்பாட்டை அறியலாம்.

செவ்வகம் ABCD இன் பரப்பு = சதுரம் AFIE இன் பரப்பளவு (சாம்பல்) + செவ்வகம் FBGI இன் பரப்பளவு (மஞ்சள்) + செவ்வகம் EIHD இன் பரப்பளவு (சிவப்பு) + செவ்வகம் IGCH இன் பரப்பளவு (நீலம்)

$$= x^2 + ax + bx + ab$$
$$= x^2 + x(a+b) + ab \quad ...(4)$$

(3), (4) இலிருந்து $(x+a)(x+b) = x^2 + x(a+b) + ab$

எனவே, $(x+a)(x+b) = x^2 + x(a+b) + ab$ என்பது ஒரு முற்றொருமையாகும்.

குறிப்பு

(i) $b = -b$ எனில், இந்த முற்றொருமை $(x+a)(x+(-b)) = x^2 + x(a+(-b)) + a(-b)$
$$(x+a)(x-b) = x^2 + x(a-b) - ab$$

(ii) $a = -a$ எனில், இந்த முற்றொருமை $(x+(-a))(x+b) = x^2 + x((-a)+b) + (-a)b$
$$(x-a)(x+b) = x^2 + x(b-a) - ab$$

(iii) $a = -a$ மற்றும் $b = -b$ எனில் இந்த முற்றொருமை
$$(x+(-a))(x+(-b)) = x^2 + x((-a)+(-b)) + (-a)(-b)$$
$$(x-a)(x-b) = x^2 - x(a+b) + ab$$

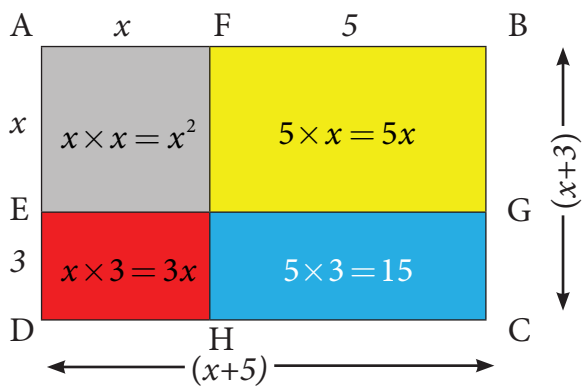
எடுத்துக்காட்டு 3.1 $(x+a)(x+b) = x^2 + x(a+b) + ab$ என்னும் முற்றொருமையைப் பயன்படுத்தி பின்வருவனவற்றைச் சுருக்குக.

(i) $(x+3)(x+5)$ (ii) $(y+6)(y+8)$
(iii) 43×36

தீர்வு

(i) $(x+3)(x+5)$

படம் 3.11 இல் உள்ளவாறு கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களைக் குறிப்போம்.



படம் 3.11

இந்தச் செவ்வகத்தின் நீளம் $(x+5)$ மற்றும் அகலம் $(x+3)$ ஆகும். மேலும்,

பெரிய செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = சதுரத்தின் பரப்பளவு + 3 செவ்வகங்களின் பரப்பளவு

எனவே,

$$(x+3)(x+5) = x^2 + 5x + 3x + 15$$
$$= x^2 + (5+3)x + 15$$
$$= x^2 + 8x + 15.$$

(ii) $(y+6)(y+8)$

கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களைப் படம் 3.12 இல் உள்ளவாறு குறிப்போம்.

இந்தச் செவ்வகத்தின் நீளம் $(y+6)$ அலகுகள் மற்றும் அகலம் $(y+8)$ அலகுகள் ஆகும். எனவே,

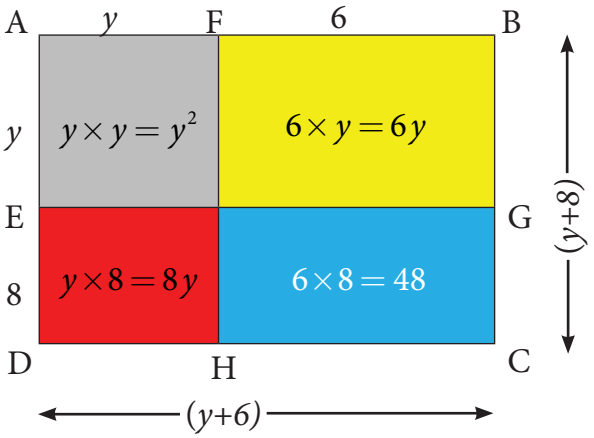
பெரிய செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = சதுரத்தின் பரப்பளவு + மூன்று செவ்வகங்களின் பரப்பளவு

ஆகவே,

$$(y+6)(y+8) = y^2 + 6y + 8y + 48$$

$$(y+6)(y+8) = y^2 + (6+8)y + 48$$

$$= y^2 + 14y + 48$$



படம் 3.12

(iii) $43 \times 36 = (40+3) \times (40-4)$

என்னும் முற்றொருமையைப் பயன்படுத்துவோம்.

$$(x+a)(x+b) = x^2 + x(a+b) + ab$$

இங்கு $x = 40$, $a=3$ மற்றும் $b= -4$, ஆகவே, நமக்குக் கிடைப்பது

$$(40+3)(40-4) = 40^2 + 40(3-4) + 3(-4)$$

$$= 1600 + 40(-1) - 12$$

$$= 1600 - 40 - 12$$

$$= 1600 - 52$$

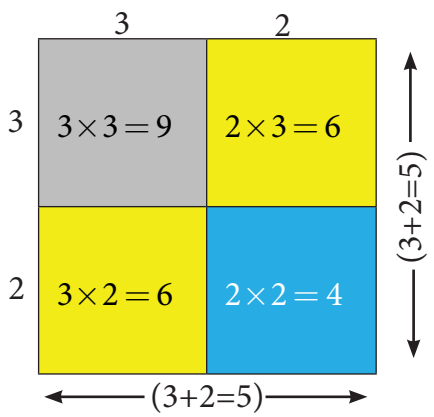
எனவே, $43 \times 36 = 1548$.

3.3.2 முற்றொருமை 2: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

நான்கு பகுதிகளைக் கருதுக. 3 × 3 (சாம்பல்) மற்றும் 2 × 2 (நீலம்) பக்க அளவுகள் கொண்ட இரு சதுரவடிவ பகுதிகள். மேலும், 3 × 2 (மஞ்சள்) பக்க அளவுகள் கொண்ட இரு செவ்வக வடிவப் பகுதிகள் ஆகும்.

இவற்றைப் படம் 3.11 இல் உள்ளவாறு அடுக்குக.

படம் 3.13 இலிருந்து பின்வரும் சமன்பாடு கிடைக்கிறது.



படம் 3.13

பெரிய சதுரத்தின் பரப்பளவு = இரு சிறிய சதுரங்களின் பரப்பளவு + இரு செவ்வகங்களின் பரப்பளவு

$$(3+2)^2 = 3^2 + (2\times3) + (3\times2) + 2^2 = 3^2 + (3\times2) + (3\times2) + 2^2$$

[$2\times3 = 3\times2$ என்பதால்]

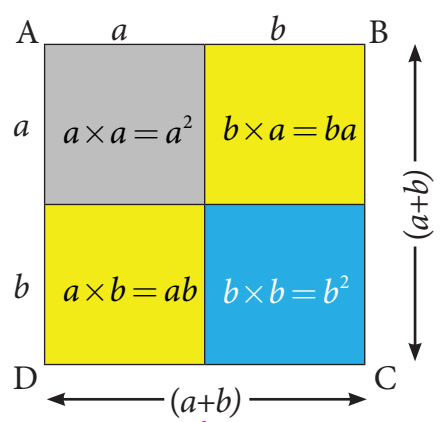
எனவே, $(3+2)^2 = 3^2 + 2\times(3\times2) + 2^2$

இங்கு, இடதுபக்கம் $(3+2)^2 = 5^2 = 25$ ...(1)

வலதுபக்கம் $3^2 + 2\times(3\times2) + 2^2 = 9 + 12 + 4 = 25$ ...(2)

எனவே (1), (2) இலிருந்து இடதுபக்கம் = வலதுபக்கம்.

இதனை a மற்றும் b ஆகிய மாறிகளுக்கு நிறுவ முயற்சிப்போம்.



படம் 3.14

பக்கம் $(a+b)$ அலகுகள் உடைய ஒரு சதுரம் ABCD என்க. இதன் பரப்பு $(a+b)(a+b)=(a+b)^2$

படம். 3.14 ஐ உற்று நோக்கும்போது,

பெரிய சதுரம் ABCD இன் பரப்பளவு = இரு சிறிய சதுரங்களின் பரப்பளவு (சாம்பல் மற்றும் நீலம்) + இரு செவ்வகங்களின் பரப்பளவு (மஞ்சள்).

ஆகவே, $(a+b)^2 = a^2 + ba + ab + b^2$

$= a^2 + ab + ab + b^2$ (ஏனெனில், $ba = ab$)

எனவே $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ என்பதால் நிறுவப்பட்டது.

குறிப்பு

$(x+a)(x+b) = x^2 + x(a+b) + ab$ என்னும் முற்றொருமையில் $b = a$ எனப் பிரதியிட

$(x+a)(x+a) = x^2 + x(a+a) + a \times a$

$(x+a)^2 = x^2 + x(2a) + a^2$

$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$ இது $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ என்னும் முற்றொருமையைப் போலிருக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு 3.2 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ என்னும் முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றை விவரித்து எழுது. (i) $(2x+5)^2$ (ii) 21^2

தீர்வு

(i) $(2x+5)^2$

$2x+5$ அலகுகளைப் பக்கமாகக் கொண்ட சதுரத்தைக் கருதுக. ஆகவே, அதன் பரப்பளவு = $(2x+5)^2$

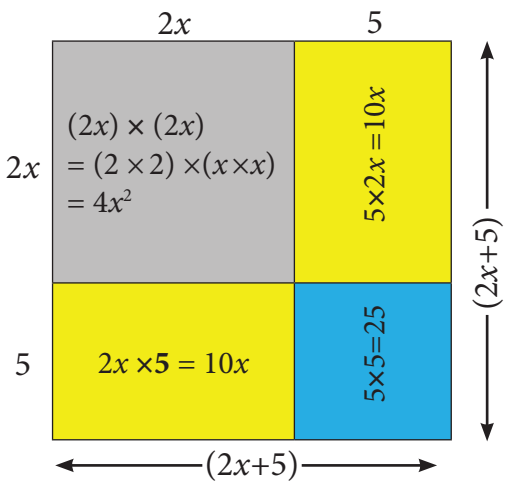
படம் 3.15 இலிருந்து, கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோவையின் வடிவக் கணித முறை,

பெரிய சதுரத்தின் பரப்பளவு = இரு சிறிய சதுரங்களின் பரப்பளவு + இரு செவ்வகங்களின் பரப்பளவு

$(2x+5)^2 = 4x^2 + 25 + 10x + 10x$

$= 4x^2 + (10+10)x + 25$ (ஒத்த உறுப்புகளின் கூடுதல்)

$= 4x^2 + 20x + 25$.

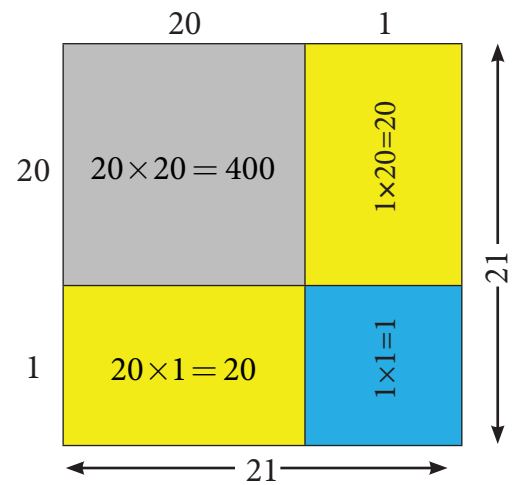


படம் 3.15

(ii) 21^2

சதுரத்தின் பக்கம் 21 எனில், அதன் பரப்பளவு 21^2 ச.அலகுகள் ஆகும்.

இப்போது, 21^2 என்பதனை $(20+1)^2$ எனக் கருதுவது, படம் 3.16 இன் படி கிடைக்கும் வடிவக் கணித குறியீடாகும்.



படம் 3.16

எனவே,

பெரிய சதுரத்தின் பரப்பளவு = இரு சிறிய சதுரங்களின் பரப்பளவு + இரு செவ்வகங்களின் பரப்பளவு

$$21^2 = 400+1+20+20=441.$$

மாற்று முறை

$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$

$= a^2 + 2ab + b^2$ என்னும் முற்றொருமையை நாம் அறிவோம்.

	a	b
a	a^2	ab
b	ab	b^2

21^2 இன் மதிப்பைக் காண,

$21^2 = (20+1)^2$ எனக் கொள்வோம்.

$= (20+1)(20+1)$

இங்கு, $a = 20$ மற்றும் $b = 1$. எனவே,

$a^2 + 2ab + b^2 = 20^2 + 2\times20\times1 + 1^2$

$= 400 + 40 + 1 = 441$.

3.3.3 முற்றொருமை 3: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

முற்றொருமை 2 இல் $b = -b$ எனப் பிரதியிட நமக்குப் புதிய முற்றொருமையானது கிடைக்கிறது. அதாவது,

	a	$-b$
a	a^2	$a\times-b=-ab$
$-b$	$a\times-b=-ab$	$-b\times-b=b^2$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$b = -b$ எனில், முற்றொருமை 2 இல் $[a+(-b)]^2 = a^2 + 2a(-b) + (-b)^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + (-b)(-b)$

எனவே, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

b இன் குறியை மாற்றும்போது $2ab$ இன் குறியில் மட்டுமே மாற்றம் நிகழ்வதைக் கவனத்தில் கொள்க.

எடுத்துக்காட்டு 3.3 $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ என்னும் முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றை விவரித்து எழுதுக.

(i) $(3x-5y)^2$ (ii) 47^2

தீர்வு

(i) $(3x-5y)^2$

$a = 3x$ மற்றும் $b = 5y$ என்பதை முற்றொருமை $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ இல் பிரதியிட

$(3x-5y)^2 = (3x)^2 - 2\times(3x)\times(5y) + (5y)^2$

$= 3^2\times x^2 - (2\times3\times5)xy + (5^2\times y^2)$

$= 9x^2 - 30xy + 25y^2$.

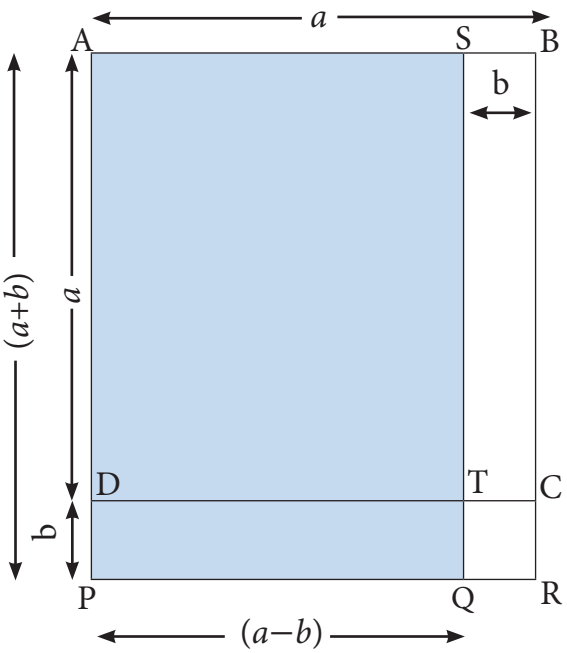
(ii) $47^2 = (50-3)^2$

$a = 50$ மற்றும் $b = 3$ என்பதை

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ இல் பிரதியிட

$$(50-3)^2 = 50^2 - 2\times 50\times 3 + 3^2$$
$$= 2500 - 300 + 9$$
$$= 2509 - 300 = 2209.$$

3.3.4 முற்றொருமை 4: $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$



படம் 3.17

கொடுக்கப்பட்ட படத்தில், AB = AD = a அலகுகள்.

எனவே, சதுரம் ABCD இன் பரப்பளவு $= a^2$ ச. அ.

மேலும், SB = DP = b.

எனவே, செவ்வகம் SBCT இன் பரப்பளவு $= ab$.

இதேபோல், செவ்வகம் DPRC இன் பரப்பளவு $= ab$.

மேலும், சதுரம் TQRC இன் பரப்பளவு $= b^2$.

எனவே, செவ்வகம் DPQT இன் பரப்பளவு $= ab - b^2$.

இப்போது, AS = PQ = $(a-b)$ மற்றும் AP = SQ = $(a+b)$.

எனவே, செவ்வகம் APQS இன் பரப்பளவு (நிழலிட்ட பகுதி) = சதுரம் ABCD இன் பரப்பளவு − செவ்வகம் STCB இன் பரப்பளவு + செவ்வகம் DPQT இன் பரப்பளவு

$$= a^2 - ab + (ab - b^2)$$
$$= a^2 - ab + ab - b^2$$
$$= a^2 - b^2$$

எனவே, $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.4 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ என்னும் முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக.

(i) $(3x+4)(3x-4)$ (ii) 53×47.

தீர்வு

(i) $(3x+4)(3x-4)$

$a = 3x$ மற்றும் $b = 4$ என $(a+b)\times(a-b) = a^2 - b^2$ என்னும் முற்றொருமையில் பிரதியிட,

$$(3x+4)(3x-4) = (3x)^2 - 4^2$$
$$(3^2 \times x^2) - 16 = 9x^2 - 16.$$

(ii) $53 \times 47 = (50+3) \times (50-3)$.

இங்கு, $a = 50$ மற்றும் $b = 3$ என்ற மதிப்புகளை முற்றொருமை $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ இல் பிரதியிட நமக்கு பின்வரும் மதிப்பு கிடைக்கிறது.

$$= 50^2 - 3^2$$
$$= 2500 - 9 = 2491.$$

இவைற்றை முயல்க

48 மீ பக்க அளவுள்ள ஒரு சதுர வடிவ நெல் வயலைக் கருதுக. அதனைச் சுற்றிச் சீரான அகலத்தில் வரப்பு (நடைபாதை) அமைந்துள்ளது. அதன் வெளிப்புறச் சதுரத்தின் பக்க அளவு 52 மீ. அந்த வரப்பின் பரப்பை இயற்கணித முற்றொருமையின் உதவியுடன் காண இயலுமா?

3.4 முற்றொருமைகளைப் பயன்படுத்திக் காரணிப்படுத்துதல்

எந்த ஓர் எண்ணையும், மீதமின்றி வகுக்கும் எண்ணை அதன் காரணி என்கிறோம். எடுத்துக்காட்டாக, எண் 4 இன் காரணிகள் 1, 2 மற்றும் 4 ஆகும். எண் 12 இன் காரணிகள் 1, 2, 3, 4, 6 மற்றும் 12 ஆகும். மேலும், அந்த எண்ணை அதன் காரணிகளின் பெருக்கற்பலனாகவும் எழுதமுடியும். அதாவது, $12 = 1 \times 12$ (அல்லது) 2×6 (அல்லது) 3×4

இதேபோல், இயற்கணிதக் கோவைகளின் காரணிகள் அந்தக் கோவையை மீதமின்றி வகுக்கும். ஓர் இயற்கணிதக் கோவையை, இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட அக்கோவையின் பெருக்கற்பலனாக எழுதலாம். எடுத்துக்காட்டாக, $x^2y = x \times x \times y$ எனவே, x^2y என்னும் இயற்கணிதக் கோவையின் காரணிகள் x, x மற்றும் y ஆகும்.

$x^2 - 4$ என்னும் கோவையைக் கருதுக.

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ என்னும் முற்றொருமையின் படி, $x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x+2)(x-2)$

எனவே, $(x+2)$ மற்றும் $(x-2)$ ஆகியன $x^2 - 4$ இன் காரணிகள். மேலும், 1 என்பதும் $x^2 - 4$ இன் ஒரு காரணி ஆகும்.

$x^2 = x \times x$ என்று அறிவோம். இதேபோல் $(x+5)^2 = (x+5) \times (x+5)$.

எனவே, $(x+5)^2$ இன் காரணிகள் $(x+5)$ மற்றும் $(x+5)$ ஆகும்.

இவ்வாறாக, ஓர் இயற்கணிதக் கோவையை அதன் காரணிகளின் பெருக்கற்பலனாக எழுதுவதைக் காரணிப்படுத்துதல் என்று அழைக்கின்றோம்.

அடிப்படையான முற்றொருமைகளைப் பயன்படுத்தி இயற்கணிதக் கோவைகளைக் காரணிப்படுத்துதல் குறித்து மேலும் கற்போம்.

எடுத்துக்காட்டு 3.5 பின்வரும் இயற்கணிதக் கோவைகளை அதன் காரணிகளின் பெருக்கற்பலனாக எழுதுக. (i) ab^2 (ii) $-3pq^3$ (iii) $12m^2n^2p$

தீர்வு

(i) $ab^2 = a \times b \times b$.

(ii) $-3pq^3 = -3 \times p \times q \times q \times q$.

(iii) $12\,m^2n^2p = 4 \times 3 \times m \times m \times n \times n \times p = 2 \times 2 \times 3 \times m \times m \times n \times n \times p$.

எடுத்துக்காட்டு 3.6 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ என்னும் முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றைக் காரணிப்படுத்துக.

(i) $a^2 - 1$ (ii) $9k^2 - 25$ (iii) $64x^2 - 81y^2$

தீர்வு

(i) $a^2-1=a^2-1^2=(a+1)(a-1)$ [ஏனெனில், $1^2=1\times1=1$]

ஆகவே, a^2-1 இன் காரணிகள் $(a+1)$ மற்றும் $(a-1)$.

(ii) $9k^2-25=\left(3^2\times k^2\right)-5^2=\left(3k\right)^2-5^2$ [ஏனெனில், $a^m\times b^m=(a\times b)^m$]

$=(3k+5)(3k-5)$ [ஏனெனில், $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$]

எனவே, $9k^2-25$ இன் காரணிகள் $(3k+5)$ மற்றும் $(3k-5)$.

(iii) $64x^2-81y^2=\left(8^2\times x^2\right)-\left(9^2\times y^2\right)=(8x)^2-(9y)^2$

$=(8x+9y)(8x-9y)$

எனவே, $64x^2-81y^2$ இன் காரணிகள் $(8x+9y)$ மற்றும் $(8x-9y)$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.7 காரணிப்படுத்துக: $9x^2+30xy+25y^2$

தீர்வு

$9x^2+30xy+25y^2=\left(3^2\times x^2\right)+(2\times3\times5)\times xy+\left(5^2\times y^2\right)$

$=(3x)^2+2\times(3x)\times(5y)+(5y)^2$

இது $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ என்னும் முற்றொருமை வடிவில் உள்ளது.

எனவே, $(3x)^2+2\times(3x)\times(5y)+(5y)^2=(3x+5y)^2=(3x+5y)(3x+5y)$.

ஆகவே, $9x^2+30xy+25y^2$ இன் காரணிகள் $(3x+5y)$ மற்றும் $(3x+5y)$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.8 காரணிப்படுத்துக $4x^2-4xy+y^2$

தீர்வு

$4x^2-4xy+y^2=2^2\times x^2-(2\times2)\times xy+y^2$

$=(2x)^2-2\times(2x)\times y+y^2$

இது $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ என்னும் முற்றொருமை வடிவில் உள்ளது.

இங்கு, $2x=a$ மற்றும் $y=b$ எனவே,

$(2x)^2-2\times(2x)\times y+y^2=(2x-y)^2$ [முற்றொருமை 3 இன் படி]

$=(2x-y)(2x-y)$

எனவே, $4x^2-4xy+y^2$ இன் காரணிகள் $(2x-y)$ மற்றும் $(2x-y)$.

சிந்திக்க

அடிப்படையான இயற்கணித முற்றொருமைகளைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் கோவைகளைக் காரணிப்படுத்த இயலுமா?

(i) x^2+5x+4 (ii) x^2-5x+4

எடுத்துக்காட்டு 3.9 காரணிப்படுத்துக: $x^2-2xy+y^2-z^2$

தீர்வு

$x^2-2xy+y^2-z^2=(x^2-2xy+y^2)-z^2=(x-y)^2-z^2$ [முற்றொருமை 3 இன் படி]

$(x-y)=a$ மற்றும் $z=b$ என்க.

எனவே, $(x-y)^2-z^2=a^2-b^2$

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ என்னும் முற்றொருமை 4 இன் படி

$x^2 - 2xy + y^2 - z^2 = (x - y + z)(x - y - z)$

ஆகவே, $x^2 - 2xy + y^2 - z^2$ இன் காரணிகள் $(x - y + z)$ மற்றும் $(x - y - z)$ ஆகும்.

செயல்பாடு

உனது நண்பர்களுடன் சேர்ந்து விளையாடி மகிழ இதோ ஓர் எண் விளையாட்டு. பின்வரும் படிநிலைகளைப் பின்பற்றுக.

1. உன் நண்பனிடம், ஏதோ ஓர் எண்ணை மனதில் நினைக்கச் சொல். அந்த எண் 1 இலிருந்து 10 இக்குள் இருக்க வேண்டும். (எடுத்துக்காட்டாக, அந்த எண் 5 என்க.)
2. அதனை இரு மடங்கை வர்க்கத்துடன் கூட்டுக. (எனவே, $10 + 25 = 35$)
3. விடையுடன் 1 ஐக் கூட்டுக. (எனவே, $35 + 1 = 36$)
4. இறுதியாகக் கிடைத்த எண்ணைக் கேட்கவும்.
5. அந்த எண் ஒரு முழு வர்க்கமாகத்தான் இருக்கும். அதன் அடிமானத்திலிருந்து (base) 1 ஐக் கழிக்கவும். கிடைக்கும் விடைதான், உனது நண்பனின் மனதில் நினைத்த எண் ஆகும். (அதாவது, $36 = 6^2$ இதன் அடிமானம் 6, எனவே, $6 - 1 = 5$).

   பின்வரும் வர்க்க எண்களையும், அவற்றின் அடுக்கு வடிவின் அடிமானத்தையும் நினைவில் கொள்க $1 \to 1$, $4 \to 2^2$, $9 \to 3^2$, $16 \to 4^2$, $25 \to 5^2$, $36 \to 6^2$, $49 \to 7^2$, $64 \to 8^2$, $81 \to 9^2$, $100 \to 10^2$

பயிற்சி 3.1

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்பு

   (i) $(p - q)^2 =$ _____.

   (ii) $(x + 5)$ மற்றும் $(x - 5)$ இன் பெருக்கற்பலன் _____.

   (iii) $x^2 - 4x + 4$ இன் காரணிகள் _____.

   (iv) $24abc^2$ என்ற காரணியின் பெருக்கற்பலன் _____.

2. பின்வரும் கூற்றுகள் சரியா, தவறா எனக் கூறுக.

   (i) $(7x + 3)(7x - 4) = 49x^2 - 7x - 12$.

   (ii) $(a - 1)^2 = a^2 - 1$.

   (iii) $(x^2 + y^2)(y^2 + x^2) = (x^2 + y^2)^2$.

   (iv) $8pq$ இன் காரணிகளுள் ஒன்று $2p$ ஆகும்.

3. பின்வருவனவற்றை அவற்றின் காரணிகளின் பெருக்கற்பலனாக எழுதுக.

   (i) $24\ ab^2c^2$.

   (ii) $36\ x^3y^2z$.

   (iii) $56\ mn^2p^2$.

4. $(x+a)(x+b)=x^2+x(a+b)+ab$, என்னும் முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திப், பின்வருவனவற்றின் பெருக்கற்பலனைக் காண்க.

(i) $(x+3)(x+7)$ (ii) $(6a+9)(6a-5)$

(iii) $(4x+3y)(4x+5y)$ (iv) $(8+pq)(pq+7)$

5. முற்றொருமைகளைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் கோவைகளை விவரி.

(i) $(2x+5)^2$ (ii) $(b-7)^2$ (iii) $(mn+3p)^2$ (iv) $(xyz-1)^2$

6. $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ என்னும் முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றின் பெருக்கற்பலனைக் காண்க.

(i) $(p+2)(p-2)$ (ii) $(1+3b)(3b-1)$

(iii) $(4-mn)(mn+4)$ (iv) $(6x+7y)(6x-7y)$

7. பொருத்தமான முற்றொருமைகளைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றின் மதிப்பைக் காண்க:

(i) 51^2 (ii) 103^2 (iii) 998^2 (iv) 47^2

(v) 297×303 (vi) 990×1010 (vii) 51×52

8. சுருக்குக: $(a+b)^2-4ab$

9. $(m-n)^2+(m+n)^2=2(m^2+n^2)$ என நிறுவுக.

10. $a+b=10$ மற்றும் $ab=18$ எனில் a^2+b^2 இன் மதிப்பைக் காண்க.

11. $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ என்னும் முற்றொருமையைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் இயற்கணிதக் கோவைகளைக் காரணிப்படுத்துக.

(i) z^2-16 (ii) $9-4y^2$ (iii) $25a^2-49b^2$ (iv) x^4-y^4

12. பொருத்தமான முற்றொருமைகளைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றைக் காரணிப்படுத்துக.

(i) $x^2-8x+16$ (ii) $y^2+20y+100$

(iii) $36m^2+60m+25$ (iv) $64x^2-112xy+49y^2$

(v) $a^2+6ab+9b^2-c^2$

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

13. $a+b=5$ மற்றும் $a^2+b^2=13$ எனில் $ab=$ _____

(i) 12 (ii) 6 (iii) 5 (iv) 13

14. $(5+20)(-20-5)=$ _____

(i) −425 (ii) 375 (iii) −625 (iv) 0

15. x^2-6x+9 இன் காரணிகள்

(i) $(x-3)(x-3)$ (ii) $(x-3)(x+3)$ (iii) $(x+3)(x+3)$ (iv) $(x-6)(x+9)$

16. ax^2y , bxy^2 மற்றும் $cxyz$ ஆகிய இயற்கணிதக் கோவைகளின் பொதுக் காரணி .

(i) x^2y (ii) xy^2 (iii) xyz (iv) xy

3.5 அசமன்பாடுகள்

நேரியச் சமன்பாடுகளை உருவாக்குவது குறித்து ஏற்கனவே கற்றறிந்தோம். இப்போது அசமன்பாடுகள் குறித்துக் கற்போம்.

விதிமுறைகளின்படி, ஒருவர் ஓட்டுநர் உரிமம் (Driving Licence) பெறுவதற்கான குறைந்தபட்ச வயது 18 ஆகும். ஆகவே, ராஜீவ் என்பவர் ஓட்டுநர் உரிமம் வைத்திருக்கிறார் எனில், அவரின் வயது குறைந்தபட்சம் 18 என உறுதியாகக் கூறலாம்.

இப்போது ராஜீவின் வயதை x என்று குறிப்பிட்டால் மேற்காணும் கூற்றைக் கணித வடிவில் $x \geq 18$ என எழுதலாம். அதாவது அவருடைய வயது என்னவென்று உறுதியாகத் தெரியாத நிலையிலும், அவரின் வயது 18 ஆகவோ அல்லது 18 ஐ விட அதிகமாகவோ இருக்கும் எனக் கூற இயலும்.

இதேபோல் இந்தக் குவளையானது 5 லிட்டர் நீரைக் கொள்ளும் என்னும் கூற்றை $x \leq 5$ எனுமாறு கணிதமுறையில் எழுதமுடியும். இங்கு 'x' என்பது குவளையிலுள்ள நீரின் அளவைக் குறிக்கிறது.

மேலும், ஒரு முக்கோணத்தில் இரண்டு பக்கங்களின் அளவுகளின் கூடுதலானது, அதன் மூன்றாவது பக்கத்தைவிட அதிகமாக இருக்கும் என்னும் பண்பினை நாம் நன்கறிவோம். எனவே, ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்கள் a, b மற்றும் c எனில் இந்தப் பண்பினை $a + b > c$, $a + c > b$ மற்றும் $b + c > a$ எனுமாறு எழுதலாம்.

$x \neq 10$ எனில், $x > 10$ அல்லது $x < 10$ ஆகும். அதாவது, ஒரு மாறி 'x' இன் மதிப்பு 10 இல்லை எனில், 'x' இன் மதிப்பு 10 ஐ விட அதிகமாகவோ அல்லது 10 ஐ விடக் குறைவாகவோ இருக்கும்.

இவ்வாறு இரு இயற்கணிதக் கோவைகளை ஒப்பிட்டு அவை சமமானவையல்ல எனக் குறிக்கும், இயற்கணிதக் கூற்றையே அசமன்பாடுகள் என்கிறோம்.

பொதுவாக இரு கோவைகளை ஒப்பிடும்போது, ஒன்று மற்றொன்றைவிடச் சிறியதாகவோ ($<$), சிறியது அல்லது சமமாகவோ ($\leq$), பெரியதாகவோ ($>$), பெரியது அல்லது சமமாகவோ ($\geq$) இருக்கும். ஓர் அசமன்பாடு, இயற்கணிதக் கோவைகளை $>$, $\geq$, $<$ அல்லது $\leq$ என்னும் அசமன்பாட்டுக் குறியீடுகளின் மூலம் இணைக்கலாம்.

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் கூற்றுகளுக்குப் பொருத்தமான அசமன்பாடுகளை உருவாக்குக:

1. ரமேஷின் மாத வருமானம் ₹25,000 மேலிருக்கும்.
2. இந்த மின்தூக்கியில் (Lift) அதிகபட்சமாக 5 நபர்கள் செல்லலாம்.
3. இந்தக் கண்காட்சி நமது நகரில் குறைந்தது 100 நாட்களாவது நடக்கும்.

3.5.1 நேரிய அசமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்

ஓர் எளிய நேரிய சமன்பாட்டிற்கு ஒரேயொரு தீர்வுதான் இருக்கும். ஆனால், ஒரு நேரிய அசமன்பாட்டிற்கு எண்ணற்ற தீர்வுகள் இருக்கக்கூடும்.

ஓர் அசமன்பாட்டைத் தீர்க்க, அதன் மாறியைப் பெறத்தக்க மதிப்புகளின் தொகுப்பை அறிதல் அவசியம். இம்மாதிரியான அனைத்து மதிப்புகளையும் கொண்டத் தொகுப்பையே அசமன்பாட்டின் தீர்வு என்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டாக, $3x - 3 = 12$ என்னும் சமன்பாட்டின் தீர்வு 5 (எப்படி?) இதனை, $3x - 3 < 12$, 'x' என்பது இயல் எண் எனில் இந்த அசமன்பாட்டின் தீர்வு காண்போம். இந்த அசமன்பாட்டின் தீர்வுகளின் தொகுப்பு 'அனைத்து இயல் எண்கள்' ஆகும். இப்போது,

இருபுறமும் 3 ஐக் கூட்ட நமக்கு $3x - 3 + 3 < 12 + 3 \Rightarrow \quad 3x < 15$ எனக் கிடைக்கும்.

இருபுறமும் 3 ஆல் வகுக்க $\frac{3x}{3} < \frac{15}{3} \Rightarrow x < 5$ எனக் கிடைக்கிறது. எனவே, x ன் மதிப்பு 5 ஐ விடக் குறைவாகும்.

மேலும் x ஓர் இயல் எண் என்பதால் இந்த அசமன்பாட்டின் தீர்வுகள் 1, 2, 3 மற்றும் 4 என்பதாக இருக்கும்.

குறிப்பு

இங்கு 'x' ஆனது இயல் எண் என வரையறுக்கப்படவில்லை எனில், அதன் தீர்வுகள் x ஐ விடக் குறைவான எல்லா எண்களையும் பெற்றிருக்கும்.

அசமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும் விதிகள்

ஒரு அசமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதற்கு சமன்பாட்டைத் தீர்க்க உதவும் அதே விதிமுறைகள் பொருந்தும்.

1. ஒரே எண்ணை இருபுறமும் கூட்டுவதால், அசமன்பாட்டின் அசமத்தன்மை மாறுவதில்லை. எடுத்துக்காட்டாக: $10 > 5 \Rightarrow 10 + \mathbf{1} > 5 + \mathbf{1} \Rightarrow 11 > 6$.

   இங்கு 1 இக்குப் பதிலாக, ஏதேனும் ஒரு எண் x ஐக் கூட்டினாலும் அசமன்பாடு மாறாது. அதாவது, $10 + x > 5 + x$.

2. ஒரே எண்ணை இருபுறமும் கழிப்பதாலும் அசமன்பாட்டின் அசமத்தன்மை மாறாது. எடுத்துக்காட்டாக $10 > 5 \Rightarrow 10 - \mathbf{1} > 5 - \mathbf{1} \Rightarrow 9 > 4$.

   இதன் நீட்சியாக 1 இக்குப் பதில் ஏதேனும் ஒரு எண் x ஐக் கழித்தாலும் அசமன்பாடு மாறுவதில்லை. அதாவது $10 - x > 5 - x$.

3. இருபுறமும் மிகை எண்ணால் பெருக்கினால் அசமன்பாடு மாறாது. அதாவது $10 > 5 \Rightarrow 10 \times \mathbf{2} > 5 \times \mathbf{2} \Rightarrow 20 > 10$. இங்கு 2 இக்குப் பதிலாக ஏதேனும் ஒரு மிகை எண் x ஐப் பெருக்கினாலும் அசமன்பாடு மாறாது $10 \times x > 5 \times x$.

4. ஒரு பூச்சியமற்ற மிகை எண்ணால் இருபுறமும் வகுக்க அசமன்பாட்டின் அசமத்தன்மை மாறாது அதாவது, $10 > 5 \Rightarrow \frac{10}{5} > \frac{5}{5} \Rightarrow 2 > 1$. இதேபோல் 5 இக்குப் பதிலாக, ஒரு பூச்சியமற்ற மிகை எண் x ஆல் வகுக்க அந்த அசமன்பாடு மாறாது. அதாவது, $\frac{10}{x} > \frac{5}{x}$.

குறிப்பு

ஓர் அசமன்பாட்டின் இருபுறமும் பூச்சியமற்ற குறை எண்ணால் பெருக்கும்போதும் வகுக்கும்போதும், அந்த அசமன்பாட்டுக் குறி மாறுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, $3 < 12$ ஐக் கருதுக. இருபுறமும் –1 ஆல் பெருக்கினால் $3 \times (-1) < 12 \times (-1) \quad -3 < -12$.
ஆனால், இது உண்மையல்ல. ஏனெனில், இங்கு -3 என்பது -12 ஐ விடப் பெரிய எண் எனவே, $-3 > -12$ அசமன்பாட்டுக் குறி மாறியதைக் காண்க.
இதனைப் பொதுமைப்படுத்தும்போது, $x < y$ ஐ -1 ஆல் இருபுறமும் பெருக்கும்போது, $-x > -y$ என கிடைக்கிறது.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

ஒரு சமன்பாட்டின், இருபுறமும் உள்ள கோவைகளை இட மாற்றி எழுதும்போது, அந்தச் சமன்பாட்டில் மாற்றம் ஏற்படாது. எடுத்துக்காட்டாக, $x+3=5$ என்பதும் $5=x+3$ என்பதும் ஒரே சமன்பாட்டைக் குறிக்கிறது சமமாகும்.

ஆனால் அசமன்பாடுகளை இடவலமாக மாற்றி எழுதும்போது அதன் அசமன்பாட்டுக்குறியை மாற்ற வேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக, $30 > 20$ என்பதும் $20 < 30$ என்பதும் ஒரே அசமன்பாடு ஆகும். இதுபோல் $-18 < -9$ என்பதும் $-9 > -18$ என்பதும் ஒன்றேயாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.10 தீர்க்க: $2x + 4 < 18$, இங்கு x ஓர் இயல் எண் ஆகும்.

தீர்வு

$$2x + 4 < 18$$

$$2x + 4 - 4 < 18 - 4 \text{ [இருபுறத்திலும் 4 ஐ கழிக்க]}$$

$$2x < 14 \text{ [இருபுறத்தையும் 2 ஆல் வகுக்க]}$$

$$x < 7$$

இங்கு தீர்வுகளின் தொகுதி 7 ஐ விடச் சிறிய இயல் எண்கள் ஆகும். எனவே, x என்பது 1, 2, 3, 4, 5 மற்றும் 6 ஆகிய மதிப்புகளை ஏற்கும். எனவே, 1, 2, 3, 4, 5 மற்றும் 6 என்பவை தீர்வுகள் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.11 தீர்க்க : $5 - 7x \geq 33$, இங்கு x என்பது முழுக்கள்.

தீர்வு

$$5 - 7x \geq 33$$

$$5 - 5 - 7x \geq 33 - 5 \text{ [இருபுறத்திலும் 5 ஐ கழிக்க]}$$

$$-7x \geq 28$$

$$\frac{-7x}{-7} \geq \frac{28}{-7}$$ ஆதலால் குறை எண் முற்றொருமையை இருபுறத்தையும் 7ஆல் வகுக்க]

$x \leq -4$ என்பது நமக்குக் கிடைக்கிறது. இங்கு குறை எண்ணால் வகுப்பதால், அசமன்பாடு இடமாறுகிறது.

தீர்வு முழுக்களின் தொகுதியில் இருபுறத்திலும் x இன் மதிப்பு -4 ஐ விடக் குறைவாக இருப்பதாலும் $-4, -5, -6, \ldots$ ஆகியவற்றை x இன் மதிப்பாக ஏற்கிறது.

எனவே, தீர்வுகள் $-4, -5, -6, \ldots$ என்பதாகும்.

சிந்திக்க

ஹமீது, தெருவில் ஒருவரை பார்த்தான். "அந்த அந்நிய மனிதருக்கு வயது 40 இலிருந்து 45 இக்குள் இருக்கும் என்றும், அவரது உயரம் 160 செ.மீட்டரிலிருந்து 170 செ.மீ வரை இருக்கும்" என்றும் அவன் பெற்றொரிடம் கூறினான்.

ஹமீதின் கூற்றை, வயது மற்றும் உயரத்தை முறையே x மற்றும் y என்னும் மாறிகளாகக் கொண்ட அசமன்பாடுகளாக மாற்றுக.

எடுத்துக்காட்டு 3.12 தொழிலாளி ஒருவர் ஒரு நாளுக்கு ₹200 ஐக் கூலியாக பெறுகிறார் எனில், ₹ 3,00,000 மாதாந்திர செலவுத் திட்டத்தில் எத்தனை தொழிலாளர்களைப் பணியமர்த்த முடியும்?

தீர்வு

தொழிலாளர்களின் எண்ணிக்கையை x என்க.

எனவே, x தொழிலாளர்களின் ஒரு நாள் கூலி $= ₹\ 200x$

x தொழிலாளர்களின் ஒரு மாதக் கூலி $= ₹\ (200x \times 30) = ₹\ 6000x$

செலவுத் திட்டப்படி ₹ 3,00,000 இக்கு மிகையாகக் கூடாது.

எனவே, இந்தக் கூற்றை $6000x \leq 300000$ என்று எழுதலாம்.

$$\frac{6000x}{6000} \leq \frac{300000}{6000} \quad \text{[இருபுறமும் 6000 ஆல் வகுக்க]}$$

$$x \leq 50$$

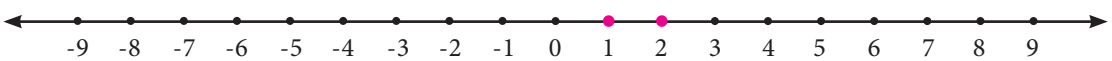
ஆகவே, ₹ 3,00,000 மாதாந்திரச் செலவுத் திட்டத்தில் அதிக பட்சமாக 50 தொழிலாளர்களைப் பணியமர்த்தலாம்.

3.5.2 வடிவக்கணிதத்தில் அசமன்பாடுகள்

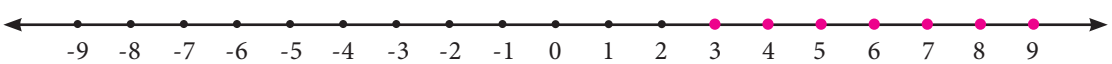
ஓர் அசமன்பாட்டின் தீர்வுகளை அவற்றின் மெய் மதிப்புகளை பல்வேறு வண்ணங்களில் எண் கோட்டில் குறித்து குறிப்பிடலாம்.

பின்வரும் அசமன்பாடுகளையும் அதன் தீர்வுகளை எண்கோட்டில் குறிப்பிடும் விதத்தையும் காண்க. இந்த அசமன்பாட்டுத் தீர்வுகளின் தொகுதி இயல் எண்கள் என்க. அதாவது தீர்வு கணத்தின் ஒவ்வொரு மதிப்பும் இயல் எண்கள் என்க.

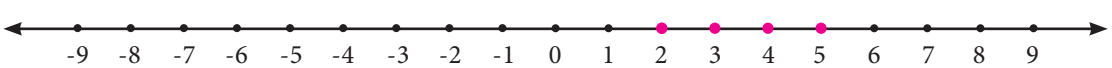
1. $x < 3$ எனும்போது அதன் தீர்வுகள் 1 மற்றும் 2 ஆகும் இதனை எண்கோட்டில் பின்வருமாறு குறிக்கலாம்.



2. $x \geq 3$ எனும்போது, அதன் தீர்வுகள் 3, 4, 5... இதனை எண்கோட்டில் பின்வருமாறு குறிக்கலாம்.



3. $2 \leq x \leq 5$ எனும் அசமன்பாட்டின் தீர்வுகள் 2, 3, 4 மற்றும் 5 என்பதனை எண்கோட்டில் பின்வருமாறு குறிக்கலாம்.



எடுத்துக்காட்டு 3.13 $-8 < 2x < 10$ இன் தீர்வுகளை ஓர் எண்கோட்டில் குறிக்க.

இங்கு x என்பது ஓர் இயல் எண் ஆகும்.

தீர்வு

$$-8 < 2x < 10$$

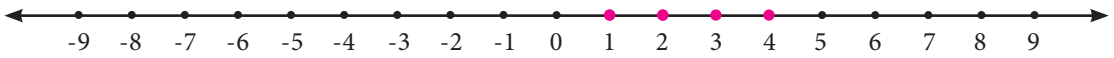
$$\frac{-8}{2} < \frac{2x}{2} < \frac{10}{2} \quad \text{[அசமன்பாட்டை 2 ஆல் வகுக்க]}$$

$$-4 < x < 5$$

குறிப்பு

இதன் தீர்வுகளின் தொகுதி இயல் எண்கள் என வரையறுக்கப்பட்டுள்ளதால். $-3, -2, -1$ மற்றும் 0 ஆகியவை இங்கு குறிக்கப்படவில்லை.

தீர்வுகளின் கணம் இயல் எண்கள் என்பதால், தீர்வுகள் $x = 1,2,3$ மற்றும் 4 ஆகும். இதனை பின்வருமாறு எண்கோட்டில் குறிக்கலாம்.



எடுத்துக்காட்டு 3.14 $3x + 9 \leq 12$ இன் தீர்வுகளை எண்கோட்டில் குறிக்கவும். இங்கு x என்பது முழுக்கள்.

தீர்வு

$3x + 9 \leq 12$ இதன் தீர்வுகளின் தொகுதி முழுக்கள்.

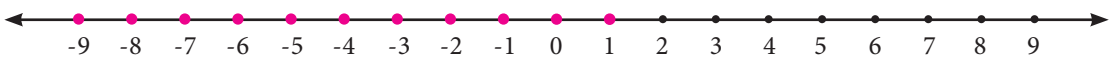
$\frac{3x}{3} + \frac{9}{3} \leq \frac{12}{3}$ [இருபுறத்தையும் 3 ஆல் வகுக்க]

$x + 3 \leq 4$

$x + 3 - 3 \leq 4 - 3$ [இருபுறத்திலிருந்தும் 3 ஐக் கழிக்க]

$x \leq 1$

எனவே, இதன் தீர்வுகள் 1, 0, −1, −2, ... ஆகிய முழுக்கள் ஆகும். இதனை பின்வருமாறு எண்கோட்டில் குறிக்கலாம்.



எடுத்துக்காட்டு 3.15 $-2 \leq z + 3 \leq 5$ என்னும் அசமன்பாட்டைத் தீர்க்க. இங்கு z என்பது முழுக்கள். மேலும் தீர்வுகளை எண்கோட்டில் குறிக்கவும்.

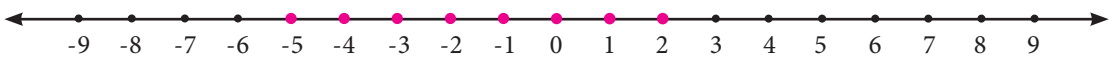
தீர்வு

$-2 \leq z + 3 \leq 5$ இன் தீர்வுகளின் தொகுதி முழுக்கள்.

$-2 - 3 \leq z + 3 - 3 \leq 5 - 3$ [அசமன்பாட்டை −3 ஆல் கழிக்க]

$-5 \leq z \leq 2$

இதன் தீர்வுகள் = −5, −4 , −3, −2, −1, 0, 1, 2. இந்தத் தீர்வுகளைப் பின்வருமாறு எண்கோட்டில் குறிக்கலாம்.



எடுத்துக்காட்டு 3.16 எண்கோடு மூலம் தீர்க்க: $6y - 5 \leq 2y + 7$ என்பது முழுக்கள் ஆகும்.

தீர்வு

$6y - 5 \leq 2y + 7$

$6y - 2y - 5 \leq 2y - 2y + 7$ [இருபுறத்தையும் $2y$ ஆல் கழிக்க]

$4y - 5 \leq 7$

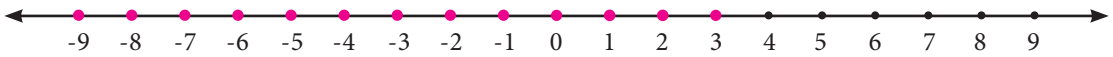
$4y - 5 + 5 \leq 7 + 5$ [இருபுறத்திலும் 5 ஐக் கூட்ட]

$$4y \leq 12$$

$$\frac{4y}{4} \leq \frac{12}{4} \quad \text{[இருபுறமும் 4 ஆல் வகுக்க,]}$$

$$y \leq 3$$

எனவே, தீர்வுகள் 3, 2, 1, 0, −1, −2,..... இந்தத் தீர்வுகளைப் பின்வருமாறு எண்கோட்டில் குறிக்கலாம்.



பயிற்சி 3.2

1. $x \geq y$ எனுமாறு x, y தரப்பட்டுள்ளது. கோடிட்ட இடங்களைப் பொருத்தமான அசமன்பாட்டுக் குறிகளால் நிரப்புக.

   (i) y ☐ x

   (ii) $x + 6$ ☐ $y + 6$

   (iii) x^2 ☐ xy

   (iv) $-xy$ ☐ $-y^2$

   (v) $x-y$ ☐ 0

2. சரியா, தவறா எனக் கூறுக.

   (i) நேரிய அசமன்பாடுகளுக்கு அதிகபட்சமாக ஒரேயொரு தீர்வு மட்டுமே இருக்கமுடியும்.

   (ii) x ஒரு முழுவாக இருக்கும்போது $x \leq 0$ இன் தீர்வுகள் $-1, -2,...$ ஆகும்.

   (iii) x ஒரு முழுவாக இருக்கும்போது, $-3 < x < -1$ என்னும் அசமன்பாட்டின் தீர்வுகளை எண் கோட்டில் குறிக்க இயலாது.

   (iv) $x < -y$ என்னும் அசமன்பாட்டை, $-y < x$ எனுமாறு எழுதலாம்.

3. பின்வரும் அசமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

   (i) $x \leq 7$, x என்பது ஓர் இயல் எண்.

   (ii) $x - 6 < 1$, x என்பது ஓர் இயல் எண்.

   (iii) $2a + 3 \leq 13$, a என்பது ஒரு முழு எண்.

   (iv) $6x - 7 \geq 35$, x என்பது ஒரு முழு.

   (v) $4x - 9 > -33$, x என்பது ஒரு குறை முழு.

4. பின்வரும் அசமன்பாடுகளைத் தீர்த்து அவற்றின் தீர்வுகளை ஓர் எண்கோட்டில் குறிக்க:

   (i) $k > -5$, இங்கு k என்பது ஒரு முழு.

   (ii) $-7 \leq y$, இங்கு y என்பது ஒரு குறை முழு.

(iii) $-4 \le x \le 8$, இங்கு x என்பது ஒரு இயல் எண்.

(iv) $3m - 5 \le 2m + 1$, இங்கு m என்பது ஒரு முழு.

5. ஓர் ஓவியர் தூரிகையை வாங்குவதற்காக ₹ 80 இலிருந்து ₹ 200 வரை செலவு செய்யமுடியும். ஒரு தூரிகையின் விலை ₹ 5. தூரிகைகள் 6 அடங்கிய மூடிய பெட்டிகளில் மட்டுமே கிடைக்கிறது எனில், அந்த ஓவியரால் எத்தனை பெட்டிகள் வாங்க முடியும்?

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

6. $3 \le p \le 6$ என்னும் அசமன்பாட்டின் தீர்வுகள் (இங்கு p என்பது ஓர் இயல் எண்)

(i) 4, 5 மற்றும் 6 (ii) 3, 4 மற்றும் 5 (iii) 4 மற்றும் 5 (iv) 3, 4, 5 மற்றும் 6

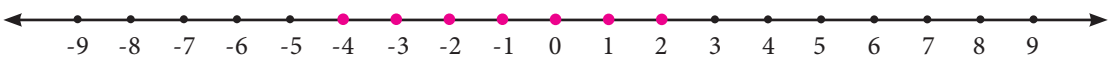
7. $5x + 5 \le 15$ என்னும் அசமன்பாட்டின் இயல் எண் தீர்வுகள்

(i) 1 மற்றும் 2 (ii) 0, 1 மற்றும் 2 (iii) 2, 1, 0, −1, −2.. (iv) 1, 2, 3..

8. ஒரு பேனாவின் விலை ₹ 8 ஆகும். மேலும் ஒரு பெட்டியானது 10 பேனாக்களை உள்ளடக்கியது. ஸ்வேதாவிடம் ₹ 500 மட்டுமே உள்ளது எனில், அவளால் அதிகபட்சம் எத்தனை பெட்டிகளை வாங்க முடியும்?

(i) 10 (ii) 5 (iii) 6 (iv) 8

9. பின்வரும் படத்திலுள்ள எண்கோடு எந்த அசமன்பாட்டினைக் குறிக்கிறது.



(i) $-4 < x < 0$ (ii) $-4 \le x \le 0$ (iii) $-4 < x \le 0$ (iv) $-4 \le x < 0$

பயிற்சி 3.3

பலவகைத் திறனறி பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. முற்றொருமைகளைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றின் மதிப்புகளைக் காண்க

(i) $(4.9)^2$

(ii) $(100.1)^2$

(iii) $(1.9) \times (2.1)$

2. காரணிப்படுத்துக $4x^2 - 9y^2$

3. முற்றொருமைகளைப் பயன்படுத்திச் சுருக்குக (i) $(3p+q)(3p+r)$ (ii) $(3p+q)(3p-q)$

4. $(x+2y)^2 - (x-2y)^2 = 8xy$ என நிறுவுக.

5. ஒரு சதுர வடிவ நெல்வயலின் நடைபாதையின் அகலம் 5 மீ மற்றும் வயலின் ஒரு பக்கத்தின் நீளம் 40 மீ எனில், அந்த நடைபாதையின் மொத்தப் பரப்பைக் காண்க. (பொருத்தமான முற்றொருமையைப் பயன்படுத்துக)

6. $X = a^2 - 1$ மற்றும் $Y = 1 - b^2$ எனில், $X + Y$ ஐக் காண்க. மேலும், அதனைக் காரணிப்படுத்துக.

7. $(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

8. சுருக்குக $(5x - 3y)^2 - (5x + 3y)^2$

9. சுருக்குக: (i) $(a + b)^2 - (a - b)^2$ (ii) $(a + b)^2 + (a - b)^2$

10. ஒரு சதுர வடிவப் புல்வெளியைச் சுற்றி 2 மீ அகலமுள்ள நடைபாதை உள்ளது. நடைபாதையின் பரப்பளவு 136 மீ^{2}, எனில், புல்வெளியின் பரப்பளவைக் காண்க.

11. பின்வரும் அசமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(i) $4n + 7 \geq 3n + 10$, இங்கு n என்பது முழுக்கள் எண்.

(ii) $6(x + 6) \geq 5(x - 3)$, இங்கு x என்பது ஒரு முழு எண்.

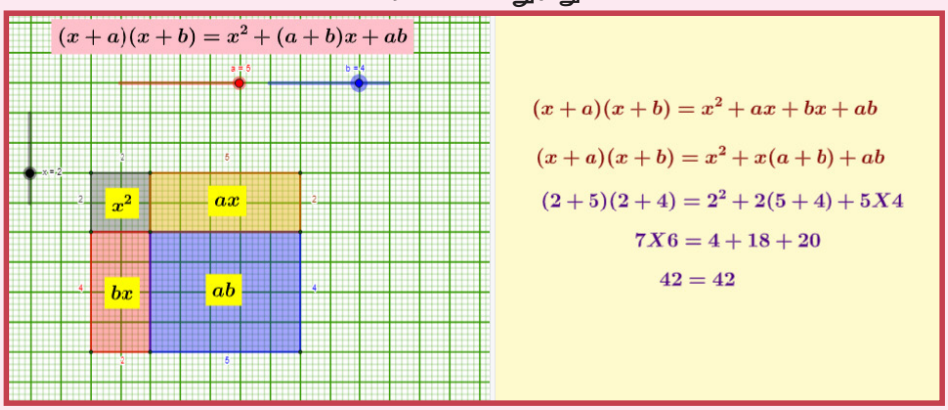
(iii) $-13 \leq 5x + 2 \leq 32$, இங்கு x என்பது முழுக்கள் எண்.

பாடச்சுருக்கம்

- பின்வரும் முற்றொருமைகள் வடிவக்கணித முறையில் நிறுவப்பட்டது:
  - $(x + a)(x + b) = x^2 + x(a + b) + ab$
  - $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
  - $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ மற்றும்
  - $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.
- இரண்டு அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட கோவைகளின் பெருக்கற்பலனாக ஒரு கோவையை எழுதினால், அவற்றை அந்தக் கோவையின் காரணிகள் எனப்படும்.
- ஓர் இயற்கணிதக் கோவையை அதன் காரணிகளின் பெருக்கற்பலனாக எழுதும் முறையைக் காரணிப்படுத்துதல் எனப்படும்.
- இரு இயற்கணிதக் கோவைகள் சமமற்றவை எனக் கூறிடும் ஓர் இயற்கணிதக் கூற்று இயற்கணித அசமன்பாடு எனப்படும்.
- அசமன்பாடுகளில் $>, \geq, <$ மற்றும் $\leq$ ஆகிய நான்கு அசமக் குறியீடுகளில் ஏதேனும் ஒன்றின் மூலம் இரு இயற்கணிதக் கோவைகள் இணைக்கப்படுகிறது.
- ஓர் அசமன்பாட்டின் இருபுறமும், ஒரு பூச்சியமற்ற மிகை எண்ணால் கூட்டவோ, கழிக்கவோ, பெருக்கவோ அல்லது வகுக்கவோ செய்தால் அதன் அசமத்தன்மை (inequlity) மாறாது.
- ஓர் அசமன்பாட்டின் இருபுறமும், ஒரு பூச்சியமற்ற குறை எண்ணால் பெருக்கினாலோ, அல்லது வகுத்தாலோ அதன் அசமக்குறி மாறும். உதாரணமாக, $x < y \Rightarrow -x > -y$.
- ஓர் அசமன்பாட்டின் தீர்வுகளை அவற்றின் மெய் மடிப்புகளை பல்வேறு வண்ணங்களில் எண் கோட்டில் குறித்து குறிப்பிடலாம்.

இயற்கணிதம்

செயல்பாட்டின் இறுதியில்
கிடைக்கப் பெறுவது



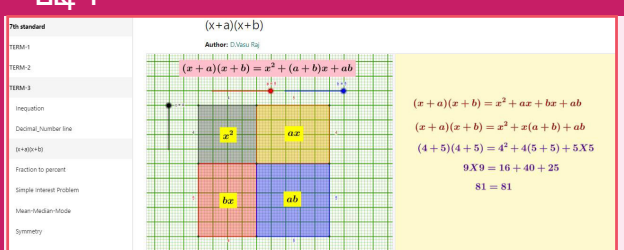
படி 1

இணையத்துள் உரலியை திறந்து கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள உரலியை தட்டச்சு செய்யவும் அல்லது விரைவுக் குறியீட்டினை ஸ்கேன் செய்யவும். "$(x + a)(x + b)$" எனப் பெயரிடப்பட்டுள்ள ஜீயோ ஜீப்ரா பணித்தாள் திறக்கும். x, a, மற்றும் b இன் மதிப்புகளை மாற்ற நழுவியை நகர்த்தவும். பின் வலதுபுறத்தில் உள்ள படிகளை சரிபார்க்கவும்.

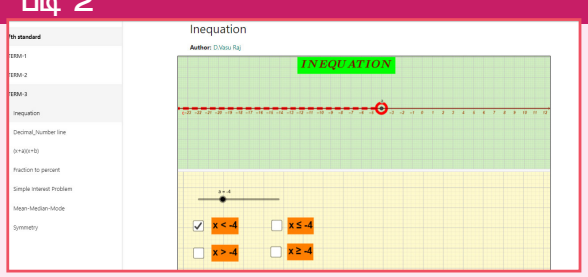
படி 2

முதல் படியை நிறைவு செய்தவுடன் இடதுபுறத்தில் உள்ள "அசமன்பாடு"யை சொடுக்கவும். "a" இன் மதிப்பை மாற்ற கீழே உள்ள நழுவியை நகர்த்தவும். எண்கோட்டில் தகுந்த சமமின்மைகளை காண குறியீட்டுப் பெட்டிகளை சொடுக்கவும்.

படி 1



படி 2



செயல்பாட்டின் உரலி

(x+a)(x+b): https://www.geogebra.org/m/f4w7csup#material/nguv3yey

அல்லது விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்க.

அலகு

4

வடிவியல்

O20TQ

கற்றல் நோக்கங்கள்

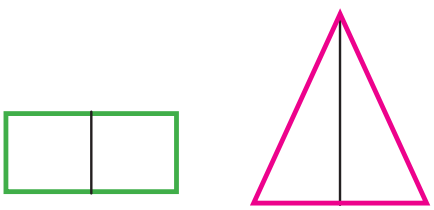
- சமச்சீர் தன்மையின் வகைகளைப் படங்கள் மூலமாக நினைவு கூர்தல்.
- உருமாற்றங்கள் (இடப்பெயர்வு, எதிரொளிப்பு, சுழல்) மூலமாகச் சமச்சீர் தன்மையைக் கற்றறிதல்.
- வட்டங்களும் பொதுமைய வட்டங்களும் வரைதல்.

மீள்பார்வை

ஆறாம் வகுப்பில் சமச்சீர் தன்மையின் கருத்துகளைக் கற்றறிந்தோம். இப்போது அக்கருத்துகளை நினைவு கூர்வோம்.

சமச்சீர் கோடு

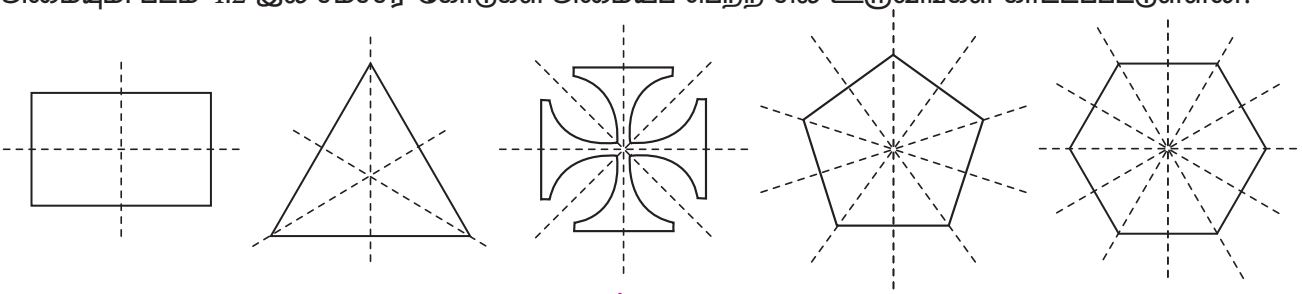
வலதுபுறம் கொடுக்கப்பட்டுள்ள படம் 4.1ஐ உற்று நோக்குக.



படம் 4.1

ஒவ்வொரு உருவத்தையும் ஒரு கோடு, ஒத்த இரு சமபாகங்களாகப் பிரிக்கின்றது. அவ்வாறான உருவங்கள் அக்கோட்டினைப் பொறுத்துச் சமச்சீர் தன்மையை உடையதாகிறது. ஓர் உருவத்தை ஒன்றின் மீது ஒன்று முற்றிலும் பொருந்தும் வகையில், இரு சமபாகங்களாகப் பிரிக்கும் கோடானது சமச்சீர் கோடு அல்லது சமச்சீர் அச்சு எனப்படும்.

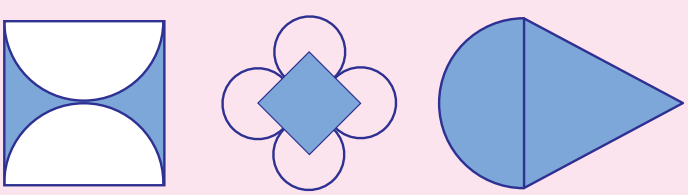
ஓர் உருவத்திற்கு ஒன்று, இரண்டு, மூன்று அல்லது அதற்கும் மேற்பட்ட சமச்சீர் கோடுகள் அமையும். படம் 4.2 இல் சமச்சீர் கோடுகள் அமையப் பெற்ற சில உருவங்கள் காட்டப்பட்டுள்ளன.



படம் 4.2

இவற்றை முயல்க

1. சமச்சீர் கோடு அமையாத ஓர் உருவத்தை வரைக.
2. கீழ்க்காணும் உருவங்களுக்கு அமையும் அனைத்துச் சமச்சீர் கோடுகளையும் வரைக.



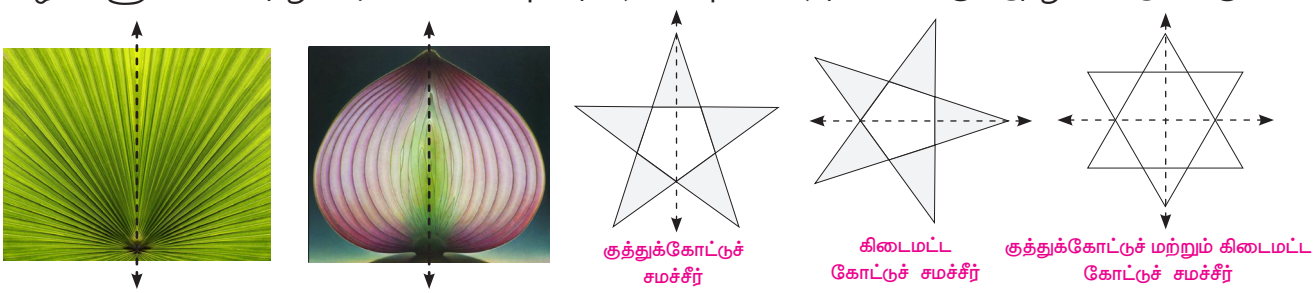
சிந்திக்க

வட்டத்திற்கு அமையும் சமச்சீர் கோடுகளின் எண்ணிக்கையைக் கூற இயலுமா?

எதிரொளிப்புச் சமச்சீர் தன்மை

ஒரு பொருளைக் கண்ணாடியில் பார்க்கும்போது கிடைக்கும் பிம்பம் அப்பொருளின் எதிரொளிப்பு எனப்படும். ஒரு பொருளும் அதன் கண்ணாடி பிம்பமும் ஒன்றுக்கொன்று முற்றிலும் ஒத்தவை. ஒரு பொருளின் இடதும் வலதுமான பக்கங்கள் கண்ணாடிப் பிரதிபலிப்பில் இடம் மாறித் தோன்றும். ஒரு பொருளும் அதன் எதிரொளிப்பு பிம்பமும் கண்ணாடியில் சமச்சீர் தன்மைக் கொண்டிருக்கும். இங்கு ஆடிச் சமச்சீர் கோடானாது சமச்சீர் கோடாக அமையும். ஆடிச் சமச்சீரானது, எதிரொளிப்பு சமச்சீர் எனப்படும்.

கீழ்க்காணும் அனைத்து வடிவங்கள் யாவும் எதிரொளிப்புச் சமச்சீர் தன்மைக்கு எடுத்துக்காட்டுகளாகும்.



படம் 4.3

எதிரொளிக்கப்பட்ட வடிவமானது அசல் உருவத்தைப் போன்றே சமச்சீர் கோட்டிலிருந்து அதே தொலைவிலும் ஒரே அளவுடையனதாகவும் அமையும்.

ஆடி எதிரொளிப்பில், உருவங்களின் இட வல மாற்றங்களைக் கவனிப்பது தேவையான ஒன்றாகும்.

இவற்றை முயல்க

1. CHEEK, BIKE, BOX ஆகிய சொற்களைக் கிடைமட்டக் கோட்டைக் கொண்டு எதிரொளிப்பு செய்க.
2. பின்வரும் சொற்களைச் செங்குத்துக் கோட்டினைக் கொண்டு எதிரொளிப்பு செய்க.

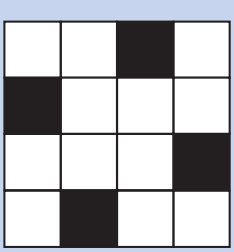
(i)
M
A
T
H

(ii)
M
O
M

(iii)
T
H
A
T

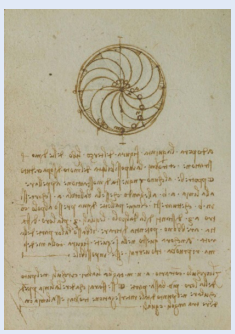
சிந்திக்க

கொடுக்கப்பட்ட உருவம் மூலை விட்டங்களைப் பொருத்து சமச்சீராக அமையுமா?



உங்களுக்குத் தெரியுமா?

ஓவியர் லியோனார்டோ டா வின்சியின் படைப்புகள் வழக்கத்திற்கு மாறான தன்மைகளைக் கொண்டது. அதேபோல் அவரது எழுது முறையும் பொதுவான எழுது முறையும் ஆடிப் பிம்பமாக அமைந்துள்ளது.

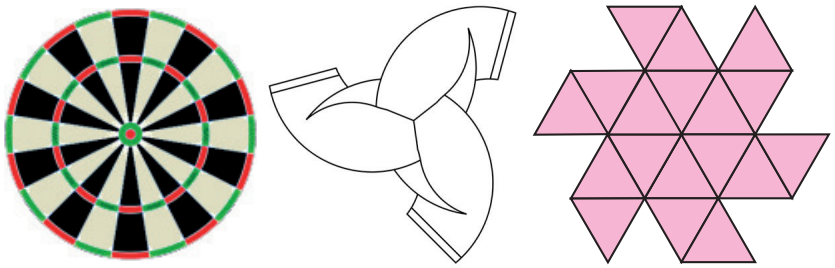


சுழல் சமச்சீர்

ஒரு பொருள், அதன் மையத்தைப் பற்றி 360° இக்குக் குறைவான கோணத்திற்குச் சுழற்றிய பின்பும் ஒரே மாதிரியாகத் தோன்றினால் அப்பொருள் சுழல் சமச்சீர் தன்மையைக் கொண்டது எனக் கூறலாம்.

ஒரு பொருள் ஒரு நிலையான அச்சில் சுற்றும்போது, அதன் அளவும் வடிவமும் மாறாதிருந்தால், அப்பொருள் சுழல் சமச்சீர் தன்மை கொண்டதாகக் கொள்ளலாம்.

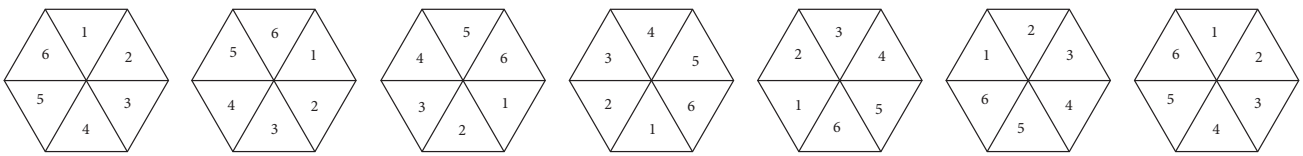
சுழல் சமச்சீர் தன்மையைப் பின்வரும் உருவங்களில் காணலாம்.



படம் 4.4

அதே உருவத்தை அடைய ஓர் உருவத்தைச் சுழற்றும் குறைந்த அளவு கோணம், சுழற்சிக் கோணம் எனப்படும்.

ஒரு முழுமையான சுழற்சியின்போது அதே உருவத்துடன் முற்றிலும் பொருந்தும் எண்ணிக்கையானது சுழல் சமச்சீர் தன்மையின் வரிசை எனப்படும். சமச்சீர் தன்மையின் வரிசையை அறிய ஓர் உருவத்தை 360° அளவிற்கு மட்டுமே சுழற்ற வேண்டும்.

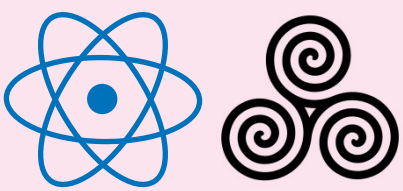


படம் 4.5

அனைத்து உருவங்களும் 360° கோணத்திற்கு முழுதாகச் சுழற்றிய பின்பு மீண்டும் அதே உருவத்தை அடையும் என்பதால் சுழற்சி சமச்சீர் தன்மையின் வரிசை 1 எனக் கிடைக்கும். எனவே, ஒரு உருவம் சுழல் சமச்சீர் தன்மையை அடைய வேண்டுமெனில், வரிசை 1 ஐ விட அதிகமாக இருக்க வேண்டும். ஆகவே மிகக் குறைந்த சுழல் சமச்சீர் தன்மையின் வரிசை 2 ஆகும்.

இவற்றை முயல்க

1. கீழ்க்காணும் உருவங்களின் சுழல் சமச்சீர் தன்மையின் வரிசையைக் காண்க.



2. சமபக்க முக்கோணத்தின் சுழல் சமச்சீர் தன்மையின் வரிசையைக் காண்க.

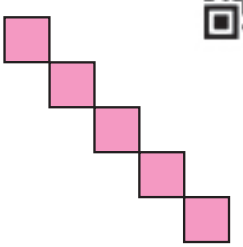
சிந்திக்க

இணைகரங்களுக்குச் சுழல் சமச்சீர் தன்மை உண்டா?

இடப்பெயர்வு சமச்சீர் தன்மை

ஓர் உருவத்தை ஒரு குறிப்பிட்ட திசையில் குறிப்பிட்ட தொலைவிற்கு நகர்த்துவதன் மூலம் பெறப்படும் இடப்பெயர்வின் சமச்சீர் தன்மையானது ஒரு திசையன் (நீளம் மற்றும் திசை) இடப்பெயர்வு என்று அழைக்கப்படும்.

ஆகவே, ஒரு பொருளின் வடிவமைப்பானது புதிய நிலைக்கு நகர்வதை இடப்பெயர்வு சமச்சீர் தன்மை என்கிறோம். இடப்பெயர்வு நகர்வில் சுழல் மற்றும் எதிரொளிப்புத் தன்மைகள் நிகழ்வதில்லை.



படம் 4.6

இவற்றை முயல்க

கொடுக்கப்பட்ட வடிவத்தைக் கொண்டு இடப்பெயர்வு சமச்சீர் தன்மையைப் பயன்படுத்திப் புதிய வடிவமைப்பை உருவாக்குக.

4.1 அறிமுகம்

வடிவியலின் அடிப்படை கூறுகளும், இயற்கையும், உருவங்களும் சமச்சீர் தன்மையின் சாராம்சங்கள் ஆகும். இது இயற்கையின் அழகான வடிவங்களை இனம்காண உதவுகிறது.

ஒரு பொருள், எதிரொளிப்பு அல்லது சுழற்சி போன்ற உருமாற்றங்களுக்குப் பிறகும் முந்தைய வடிவத்தைப் போன்றே அமையுமானால் அப்பொருள் சமச்சீர் தன்மையைக் கொண்டிருக்கிறது எனலாம்.

சமச்சீர் தன்மை என்பது எல்லா வடிவமைப்புகளுக்கும் அடிப்படையாக அமையும் கணிதக் கருத்தாகும். சமச்சீர் தன்மையானது கணிதவியலில் மட்டுமல்லாமல் கலை, உயிரியல், வேதியியல், இயற்பியல் போன்ற துறைகளிலும் மிக முக்கியமான கருத்தாக விளங்குகிறது. 6 ஆம் வகுப்பிலேயே சமச்சீர் தன்மையின் ஒரு சில கருத்துகளைக் கற்றறிந்தோம்.

இப்பொழுது, உருமாற்றங்களின் மூலம் பெறப்படும் சமச்சீர் தன்மையைப் பற்றிக் கற்றறிய உள்ளோம்.

உருமாற்றம் என்பது ஒரு வடிவங்களுக்கும் அவற்றின் வடிவியல் உருவங்களுக்கும் உள்ள தொடர்புகளை விவரிப்பதாகும்.

உருமாற்ற வடிவியல் கருத்தானது அன்றாட வாழ்வில் பயன்படும் மிக முக்கியமான கணிதப் பயன்பாடு ஆகும். மாணவர்கள் இயற்கையையும், அவர்கள் வாழும் சூழலையும் புரிந்துகொள்ள இதனைக் கற்றறிய வேண்டும். இக்கருத்தானது மாணவர்கள் தாங்கள் எதிர்கொள்ளும் சூழ்நிலைகளைப் புரிந்துகொள்ள உதவும் காரணத்தினால், இக்கருத்தை அவர்கள் கற்றுக்கொள்வது மிக இன்றியமையாததாகும்.

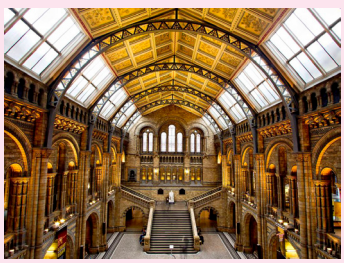
கணிதச் சூழ்நிலைகளை பகுப்பாய்வு செய்யவும் சிந்திக்கவும் உதவுகிற சிறந்த உத்தியாக இக்கருத்து அமைந்துள்ளது.

புதிய விதிகளை உருவாக்குதல், புதுப்புது ஆய்வுகளை மேற்கொள்ளுதல், சிறந்த படைப்புகளை உருவாக்குதல், சிறந்த கணிதச் செயல்களைச் செய்வதன் மூலம் உயரிய பட்டறிவுகளைப் பெறுதல் என மாணவர்களுக்கு பல பரிசோதனைகள் செய்வதிலும் இக்கருத்து உந்து சக்தியாக விளங்குகிறது.

அன்றாட வாழ்வில் கட்டடக்கலை வடிவமைப்பு, கலை மற்றும் தொழில்நுட்பம் ஆகியவற்றில் வடிவியல் உருமாற்றக் கருத்துகளான சுழற்சி, இடப்பெயர்வு, எதிரொளிப்பு ஆகியவை பயன்படுகிறது. அனைத்திற்கும் மேலாகப் பொருள்களில் அமைந்திருக்கும் அழகியல் தன்மையை உணர்வதற்குக் காரணமாக அமைவதும் சமச்சீர் தன்மையே ஆகும். இந்த அத்தியாயத்தில் இடப்பெயர்வு, எதிரொளிப்பு மற்றும் சுழற்சி ஆகிய மூன்று உருமாற்றங்களைப் பற்றிக் காண்போம்.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் சமச்சீர் தன்மை

தாவரங்களின் சமச்சீர் தன்மை



கட்டிடக் கலையில் சமச்சீர் தன்மை

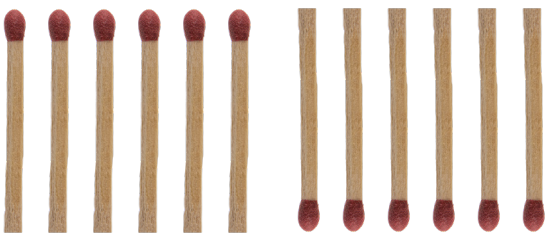
4.2 உருமாற்றங்களின் விளைவாகச் சமச்சீர் தன்மை

இதுவரை சமச்சீர் தன்மையின் வகைகளைப் பற்றி நாம் கற்றறிந்துள்ளோம். இப்போது சமச்சீர் தன்மையை உருமாற்றங்களின் மூலமாகக் கற்போம்.

ஒரே வடிவமுடைய வடிவியல் உருவங்களுக்கிடையே உள்ள தொடர்பே உருமாற்றம் ஆகும்.

ஒரு தளத்தில் உள்ள வடிவங்கள் அல்லது உருவங்களை இடப்பெயர்வு செய்தோ, எதிரொளிப்பு செய்தோ அல்லது சுழற்சி செய்தோ புதிய உருவங்களாக மாற்ற இயலும்.

அசல் உருவம் "முன் உரு" என்றும் புதிய உருவம் "நிழல் உரு" என்றும் அழைக்கப்படும். முன் உருக்கள் A, B, C ... போன்ற எழுத்துகளாலும், நிழல் உருக்கள் A', B', C',... போன்ற எழுத்துகளாலும் குறிக்கப்படும்.



முன்உரு – A நிழல்உரு – A′

படம் 4.7

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

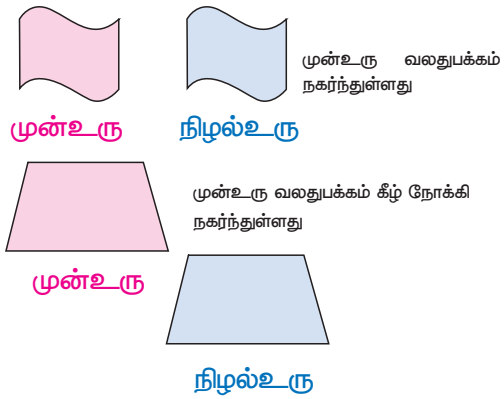
மனித உடலின் சமச்சீர் தன்மையையும், அதன் நீட்சியாக இயற்கையின் சமச்சீர் தன்மையையும் விளக்குவதற்கு ஓவியர் லியோனார்டோ டாவின்சியின் "விட்ருவியன்" மனிதனின் படம் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

ஒரு முன் உருவை நிழல் உருவாகப் பொருத்தும் அல்லது நகர்த்தும் செயல்பாடே உருமாற்றம் எனப்படும்.

உருமாற்றம் என்பது முன் உருவை நிழலுருவாக மாற்றும் ஒரு குறிப்பிட்ட விதிகளின் தொகுப்பாகும்.

இப்பகுதியில் மூன்று வகையான உருமாற்றங்களையும் காண இருக்கின்றோம்.

4.2.1 இடப்பெயர்வு



படம் 4.8

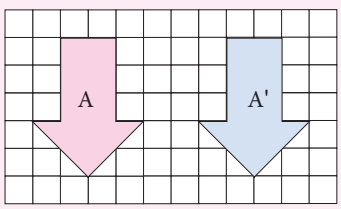
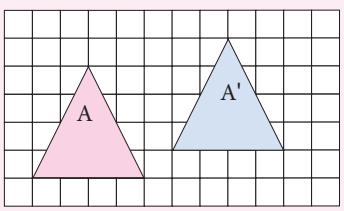
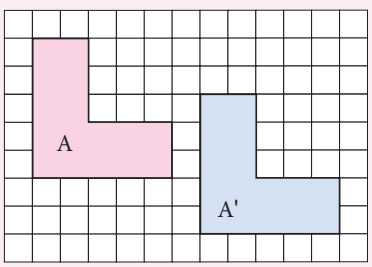
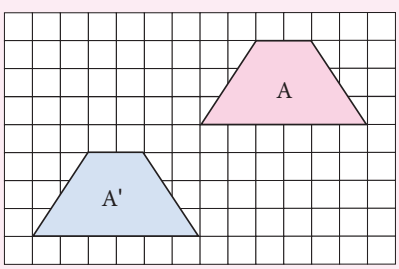
ஓர் உருவத்தின் அனைத்துப் புள்ளிகளையும் ஒரே திசையில் ஒரே தொலைவிற்கு நகர்த்தும் உருமாற்றம், இடப்பெயர்வு எனப்படும்.

படம் 4.8 இல் உள்ள உருவங்களைக் காண்க.

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து உருவங்களின் அனைத்துப் புள்ளிகளும் ஒரே திசையிலும், ஒரே அளவிலும் நகர்ந்துள்ளதை நாம் காண இயலும்.

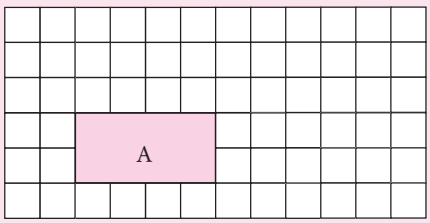
ஒரு கட்டத்தாளைப் (Grid sheet) பயன்படுத்தி ஒரு வடிவமானது கிடைமட்டமாகவும் செங்குத்தாகவும் எவ்வளவு தூரம் நகர்ந்துள்ளது என்பதைக் குறிப்பதன்மூலம் இடப்பெயர்வைக் குறிக்க இயலும். கிடைமட்டமாக, வலதுபக்க நகர்வை '→' என்ற குறியீடு மூலமாகவும், இடப்பக்க நகர்வை '←' என்ற குறியீடு மூலமாகவும் குறிக்கப்படும்.

செங்குத்தாக, மேற்புற நகர்வு '↑' என்ற குறியீடு மூலமும், கீழ்ப்புற நகர்வு '↓' என்ற குறியீடு மூலமும் குறிக்கலாம்.

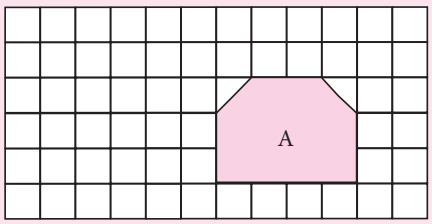
	முன்உரு A, கிடைமட்டமாக வலதுபக்கம் 6 அலகுகள் நகர்ந்துள்ளது. இதில் செங்குத்து நகர்வு இல்லை. இந்த இடப்பெயர்வு 6→ எனக் குறிப்பிடப்படும்.
	இங்கு முன்உரு A, வலதுபக்கம் 5 அலகுகளும் மேற்புறம் 1 அலகும் நகர்ந்துள்ளது. இது 5→,1↑ எனக் குறிப்பிடப்படும்.
	முன்உரு A, வலப்பக்கமாக 6 அலகுகளும் கீழ்ப்புறம் 2 அலகுகளும் நகர்ந்துள்ளது. இது 6→,2↓ எனக் குறிப்பிடப்படும்.
	முன்உரு A, 6 அலகுகள் இடப்பக்கமும் 4 அலகுகள் கீழ்நோக்கியும் நகர்ந்துள்ளது. இது 6←,4↓ எனக் குறிப்பிடப்படும்.

இவற்றை முயல்க

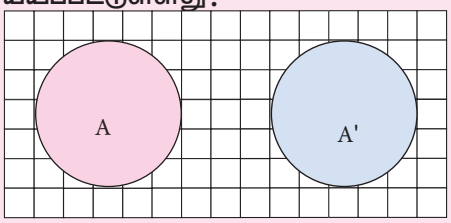
1. 4 → 3 ↑ இடப்பெயர்வு செய்க.

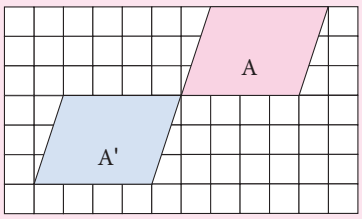


2. 2 ← 1 ↓ இடப்பெயர்வு செய்க



3. கீழ்கண்டவற்றில், முன்உரு A ஆனது நிழல்உரு A' ஆக எவ்வகையில் இடம்பெயர்வு செய்யப்பட்டுள்ளது?





சிந்திக்க

ஓர் இடப்பெயர்வுக்குப் பின்னர் முன்உருவும், நிழல்உருவும் ஒன்றன் மீது ஒன்று பொருந்தினால், அந்த இடப்பெயர்வைக் குறித்து என்ன கூற இயலும்.

செயல்பாடு

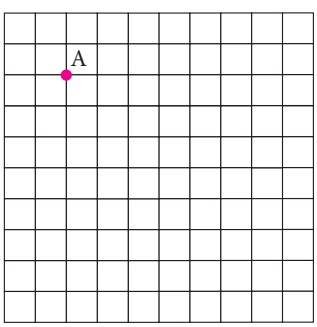
A	B	C	D	E	F
G	H	I	J	K	L
M	N	O	P	Q	R
S	T	U	V	W	X
Y	Z	*	*	*	*

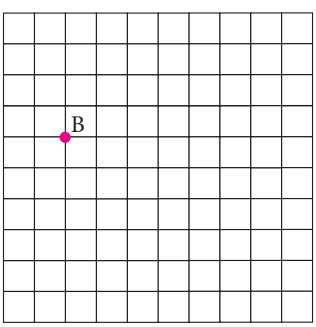
இங்கு எழுத்துகளின் கட்டம் உள்ளது. A என்ற கட்டத்தில் தொடங்கி வலதுபக்கம் 5 அலகுகள் நகர்ந்து பின் 2 அலகுகள் கீழ்நோக்கி இறங்கி நில். மீண்டும் 3 அலகுகள் இடதுபக்கம் நகர்ந்து 2 அலகுகள் மேல்புறம் நகர்ந்து நில். கிடைக்கும் கணிதக் கலைச் சொல் என்ன? 'L' கட்டத்தில் தொடங்கு. 3 அலகுகள் இடதுபக்கம் நகர்ந்து நில். பின் 1 அலகு இடதுபக்கம் நகர்ந்து 1 அலகு கீழ்நோக்கி நகர்ந்து நில். அடுத்து, 3 அலகுகள் வலதுபக்கம் நகர்ந்து 2 அலகுகள் மேல் நோக்கி நகர்ந்து நில். கிடைக்கும் கணிதக் கலைச் சொல் என்ன?

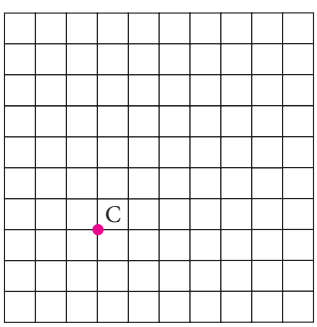
(i) RIGHT (ii) ANGLE (iii) WORK (iv) HARD ஆகிய சொற்களைப் பெற வழிமுறைகளை எழுதுக.

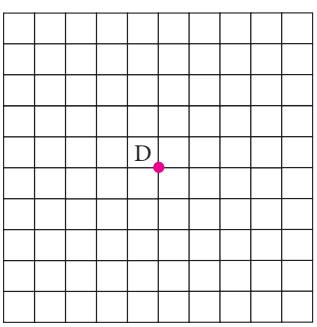
எடுத்துக்காட்டு 4.1 கொடுக்கப்பட்ட இடப்பெயர்வின் மூலம் ஒவ்வொரு புள்ளியின் புதிய நிலையையும் காண்க.

(i). 4 → 2 ↓ (ii). 6 → 5 ↓ (iii). 6 → 4 ↑ (iv). 4 ← 4 ↓



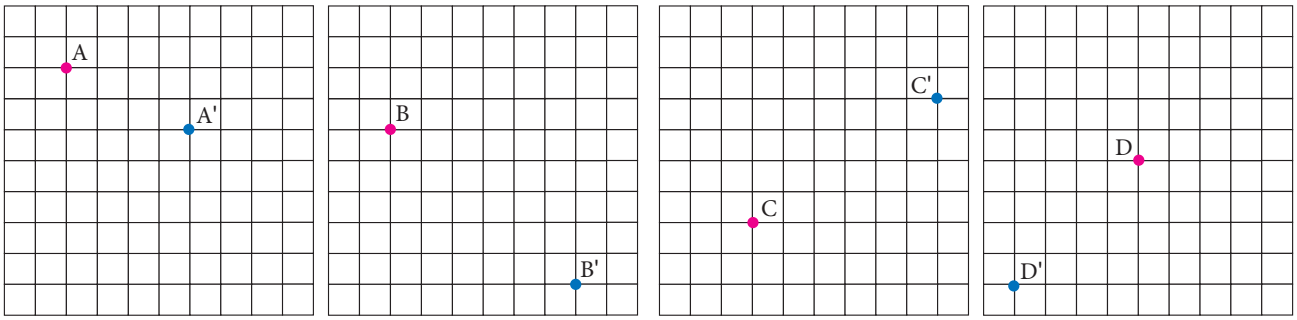




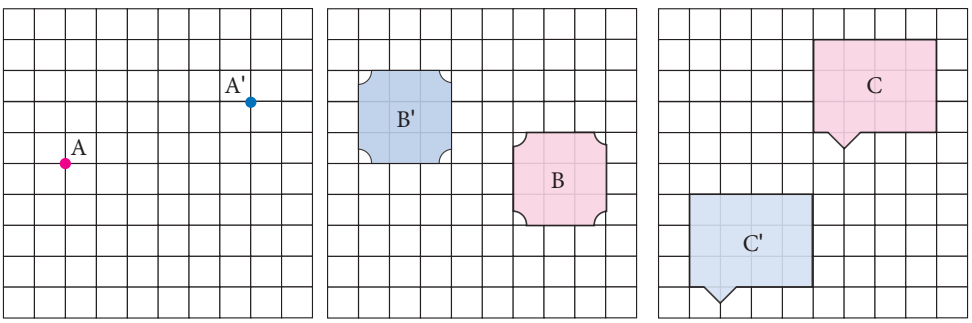


தீர்வு

(i) (ii) (iii) (iv)



எடுத்துக்காட்டு 4.2 முன் உருவானது நிழல் உருவாக அடைந்திருக்கும் இடப்பெயர்வை எழுதுக.



தீர்வு:

(i) A ஆனது $6\rightarrow,2\uparrow$ என்றவாறு A' ஆக இடப்பெயர்வு செய்யப்பட்டுள்ளது.

(ii) B ஆனது $5\leftarrow,2\uparrow$ என்றவாறு B' ஆக இடப்பெயர்வு செய்யப்பட்டுள்ளது.

(iii) C ஆனது $4\leftarrow,5\downarrow$ என்றவாறு C' ஆக இடப்பெயர்வு செய்யப்பட்டுள்ளது.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

ஒரு விளையாட்டு நிகழ்ச்சியின் தொடக்க விழாவில் ரசிக்கத்தக்க ஓர் நிகழ்வாக இசைக்குழுவின் அணிவகுப்பு அமையும். இசைக்குழுவின் உறுப்பினர்கள் இசைக்குறிப்புகளைக் கற்றுக்கொள்வதில் மட்டும் தங்கள் நேரத்தைச் செலவிடுவதில்லை. இசைக்குழுவின் நகர்வுகளைக் கற்பதிலும் செலவிடுகின்றனர். இசைக்குழுவின் செயல்பாட்டில் ஒவ்வொரு உறுப்பினரும் நகரும் விதம் இடப்பெயர்வுக்குச் சிறந்த எடுத்துக்காட்டாகும்.

4.2.2 எதிரொளிப்பு

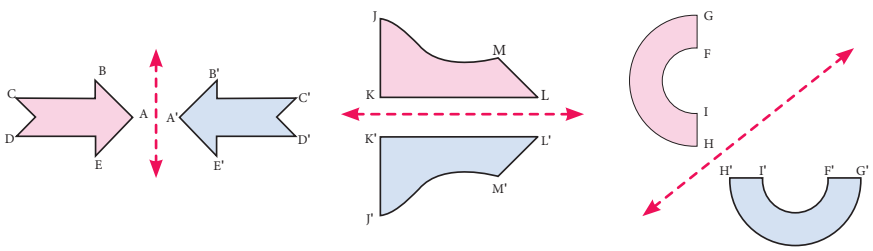
ஒரு நேர்க்கோட்டைப் பொருத்து ஓர் உருவத்தைத் திருப்பும் அல்லது பிரதிபலிக்கும் உருமாற்றம் எதிரொளிப்பு எனப்படும்.

ஓர் உருவத்தின் எதிரொளிப்பு, அதன் கண்ணாடி பிம்பத்தை ஒத்திருக்கும். ஓர் உருவத்தைத் திருப்பும் நேர்க்கோடு, எதிரொளிப்புக் கோடு எனப்படும்.

படம் 4.9 இல் உள்ளவாறு நீர், கண்ணாடி அல்லது பளப்பளப்பான மேற்பரப்பில் எதிரொளிப்பைக் காண இயலும்.

படம் 4.9

பின்வரும் படங்களை உற்று நோக்குக.



படம் 4.10

மேலேயுள்ள படங்களில் (படம் 4.10) முன் உருவானது ஒரு கோட்டைப் பொருத்து நிழல் உருவாகப் பிரதிபலிப்பு செய்யப்பட்டுள்ளது. அக்கோடு எதிரொளிப்புக் கோடு எனப்படும். இங்கு சிவப்பு நிறக்கோடுதான் எதிரொளிப்புக்கோடாகும்.

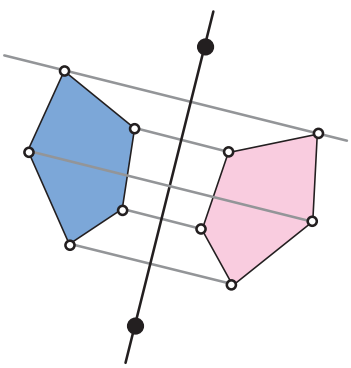
எதிரொளிப்புக்கோட்டின் இருபுறமும் உருவங்கள் துல்லியமாக ஒரே தொலைவில் இருப்பதை நாம் அறியலாம்.

எதிரொளிப்புக்கோடு, கிடைமட்டமாகவோ செங்குத்தாகவோ சாய்வாகவோ இருக்க இயலும். மேலும் அக்கோடு வடிவத்தின் மீது அல்லது வெளிப்புறத்தில் அமைந்திருக்கும்.

குறிப்பு

எதிரொளிப்புக்கோடானது ஒரு புள்ளியையும் அதன் நிழல் உருவையும் இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டின் செங்குத்து இருசம வெட்டியாக அமையும்.

ஒரு நேர்க்கோட்டைப் பொருத்து ஒரு வடிவத்தை எதிரொளிப்பு செய்வது எவ்வாறு?



படம் 4.11

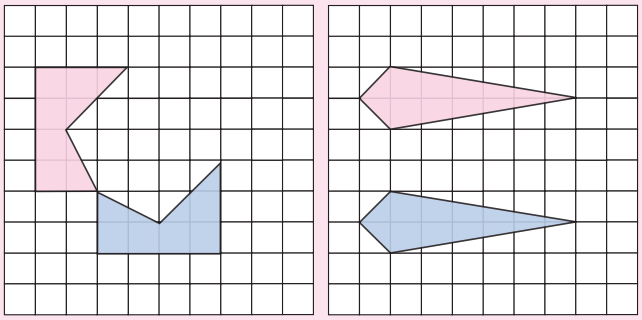
ஒரு வடிவத்தை எதிரொளிப்பு செய்வதற்கு அவ்வடிவத்தின் ஒவ்வொரு உச்சியையும் தனித்தனியாக எதிரொளிப்பு செய்து அவற்றை இணைக்க வேண்டும்.

முதலில், ஏதேனும் ஓர் உச்சிப் புள்ளியைத் தேர்ந்தெடுத்து, அதன்வழியாக எதிரொளிப்புக் கோட்டிற்குச் செங்குத்தாக உள்ளவாறு ஒரு கோட்டை வரையவும்.

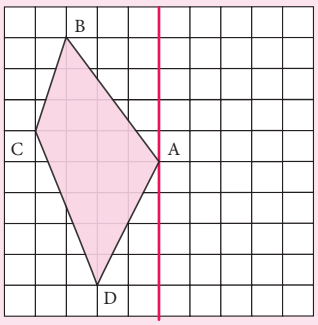
இப்போது, உச்சிப் புள்ளியிலிருந்து எதிரொளிப்புக் கோட்டிற்கு வரையப்பட்ட செங்குத்துக் கோட்டின் நீளத்தை அளவிடவும். பிறகு எதிரொளிப்புக் கோட்டின் மறுபுறம் அதே தொலைவைக் கொண்ட புள்ளியை வரையப்பட்ட செங்குத்துக்கோட்டின் மீது குறிக்க. இதனை அளவுகோலையோ அல்லது கவராயத்தையோ பயன்படுத்திச் செய்யலாம்.

மற்ற உச்சிப் புள்ளிகளையும் மேற்கண்டவாறு எதிரொளிப்பு செய்க. இறுதியாக எதிரொளிக்கப்பட்ட உச்சிப் புள்ளிகளைச் சரியான வரிசையில் இணைக்கவும். இறுதியாகக் கிடைக்கும் அந்த வடிவமே தேவையான எதிரொளிப்பு வடிவமாகும்.

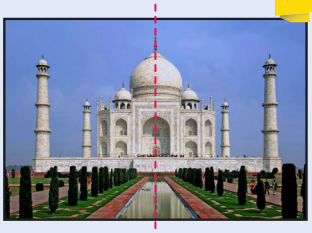
1. கீழ்க்காணும் படம் ஒவ்வொன்றிலும் எதிரொளிப்புக் கோட்டை வரைக.



2. கொடுக்கப்பட்ட எதிரொளிப்புக் கோட்டைப் பொருத்து கொடுக்கப்பட்ட வடிவத்தை எதிரொளிப்பு செய்க.

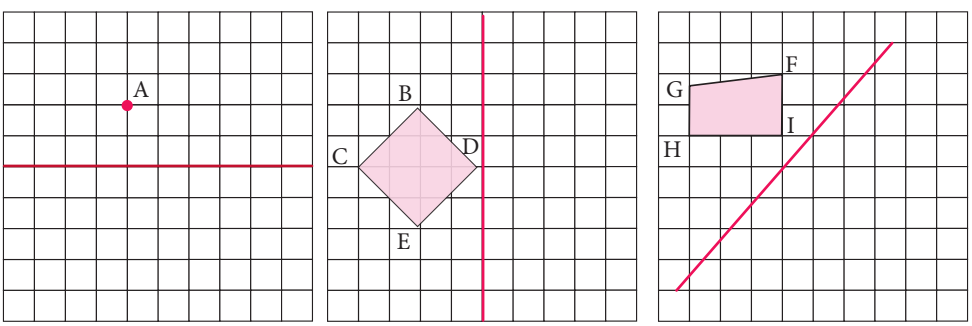


உங்களுக்குத் தெரியுமா?

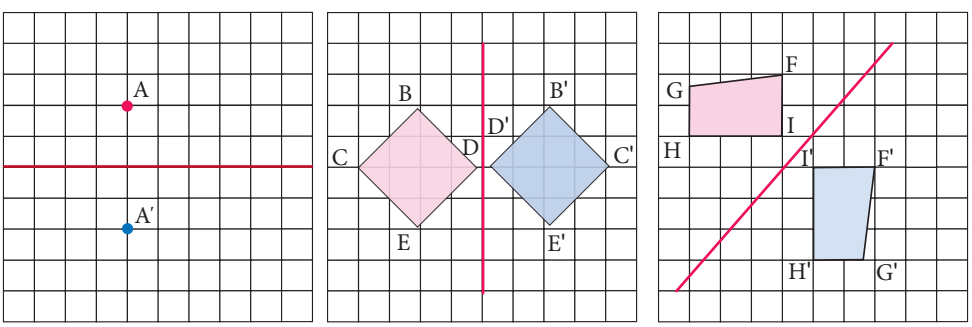


ஆக்ராவிலுள்ள தாஜ்மஹாலின் ஒவ்வொரு அமைப்பும் தனித்தனியாக ஓர் அச்சைப் பொருத்து சமச்சீர் தன்மை உடையதாகவும் ஒட்டுமொத்த அமைப்பில் ஆடி பிம்பச் சமச்சீர் தன்மை உடையதாகவும் வடிவமைப்பு செய்யப்பட்டுக் கட்டப்பட்டவையாகும். தாஜ்மஹாலில் கட்டடக்கலையின் சமச்சீர் தன்மை ஓர் அச்சைக் கொண்டும், ஒரு மையத்தைக் கொண்டும் வடிவமைக்கப்பட்டுள்ளது. இந்த நினைவுச்சின்னக் கட்டடத்தில் அதன் நிலைத்தன்மை, சமநிலை மற்றும் கட்டுக்கோப்பு ஆகியவை பெரும்பாலும் ஆடியின் பிம்பச் சமச்சீர் தன்மையைப் பயன்படுத்துவதால் பெறப்படுகிறது.

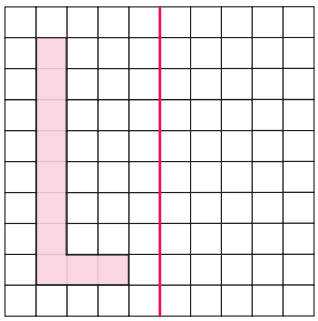
எடுத்துக்காட்டு 4.3 பின்வரும் ஒவ்வொரு படத்திலுள்ள வடிவத்தைக் கொடுக்கப்பட்ட எதிரொளிப்புக் கோட்டைப் பொருத்து பிரதிபலிப்புச் செய்க.



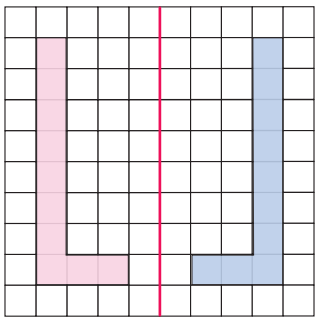
தீர்வு:



எடுத்துக்காட்டு 4.4 சிவப்பு நிறக் கோட்டைப் பொருத்து, கொடுக்கப்பட்ட எழுத்தைப் பிரதிபலிப்பு செய்க.



தீர்வு:

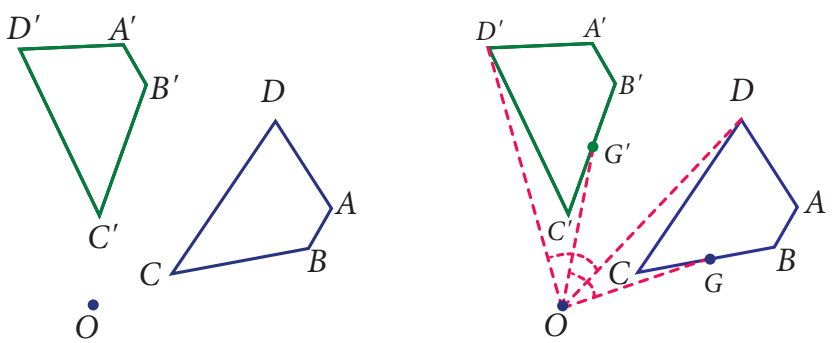


4.2.3 சுழற்சி

ஒரு புள்ளியைப் பொருத்து, ஒரு முன் உருவிலுள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியையும் ஒரு குறிப்பிட்ட திசையில் ஒரு குறிப்பிட்ட கோண அளவிற்குச் சுழற்றும் உருமாற்றம் சுழற்சி எனப்படும்.

நிலையான புள்ளியைச் சுழற்சி மையம் என்கிறோம். கோணத்தைச் சுழற்சிக் கோணம் என்கிறோம். சுழற்சியைத் திருப்பம் என்றும் கூறலாம்.

ஒரு சுழற்சியின் இயல்பான திசை கடிகாரச் சுற்றிற்கு எதிரான (இடஞ்சுழியான) திசையாகும். சுழற்சிக் கோண அளவானது 0^0 மற்றும் 360^0 ஆகியவற்றை உள்ளடக்கிய இரண்டிற்கும் இடைப்பட்ட மதிப்பாகும். 360^0 அளவுள்ள சுழற்சி ஒரு முழுத் திருப்பம் எனப்படும். 180^0 அளவுள்ள சுழற்சியானது ஓர் அரைத் திருப்பம் எனப்படும். 90^0 அளவுள்ள சுழற்சியானது ஒரு கால் திருப்பம் எனப்படும்.

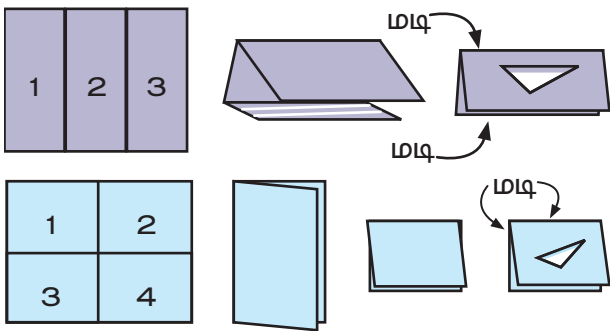


படம் 4.12

படம் 4.12 இல், ABCD என்ற முன் உருவானது O புள்ளியைப் பொருத்து சுழற்றப்படுவதால் A'B'C'D' என்ற நிழல் உரு கிடைக்கிறது. இங்கு ∠AOA', ∠BOB', ∠COC' மற்றும் ∠DOD' ஆகிய கோணங்களின் அளவுகள் சமமானவை. ABCD என்ற முன் உருவின் மேலுள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளி G இக்கு A'B'C'D' என்ற நிழல் உருவின் மீது ∠GOG' = ∠AOA' = ∠BOB' = ∠COC' = ∠DOD' (சுழற்சிக் கோணம்) உள்ளவாறு G' என்ற ஒத்த புள்ளி அமையும்.

செயல்பாடு

- படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு, ஒரு காகிதத்தை மடித்துப் பெயரிடவும். மடித்த நிலையில் உள்ள காகிதத்திலிருந்து அசமபக்க முக்கோணத்தை வெட்டி எடுத்த பின்பு காகிதத்தைப் பிரிக்க மூன்று பாகங்களிலும் முக்கோணங்கள் இருப்பதைக் காணலாம். பாகம் 2 மற்றும் பாகம் 3 இல் உள்ள முக்கோணங்கள் பாகம் 1 இல் உள்ள முக்கோணத்துடன் எவ்விதத் தொடர்புடையவை?
- படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு ஒரு காகிதத்தில் பெயரிட்டு மடிக்கவும். மடித்த நிலையில் உள்ள காகிதத்திலிருந்து அசமபக்க முக்கோணத்தை வெட்டி எடுத்த பின்பு காகிதத்தைப் பிரிக்கவும். இப்பொழுது நான்கு பாகங்களிலும் முக்கோணங்கள் உள்ளதைக் காணலாம். பாகங்கள் 2, 3 மற்றும் 4இல் உள்ள முக்கோணங்கள் பாகம் 1 இல் உள்ள முக்கோணத்துடன் எவ்விதத் தொடர்புடையவை?



ஒரு புள்ளியைப் பொருத்து ஒரு வடிவத்தைச் சுழற்றுவது எவ்வாறு?

NIUM1

ஒரு புள்ளியைப் பொருத்து கொடுக்கப்பட்ட கோண அளவிற்கு ஒரு வடிவத்தைச் சுழற்றுவதற்கு வடிவத்தின் ஒவ்வொரு உச்சிப் புள்ளியையும் தனித்தனியாகச் சுழற்றி மீண்டும் இணைக்க வேண்டும்.

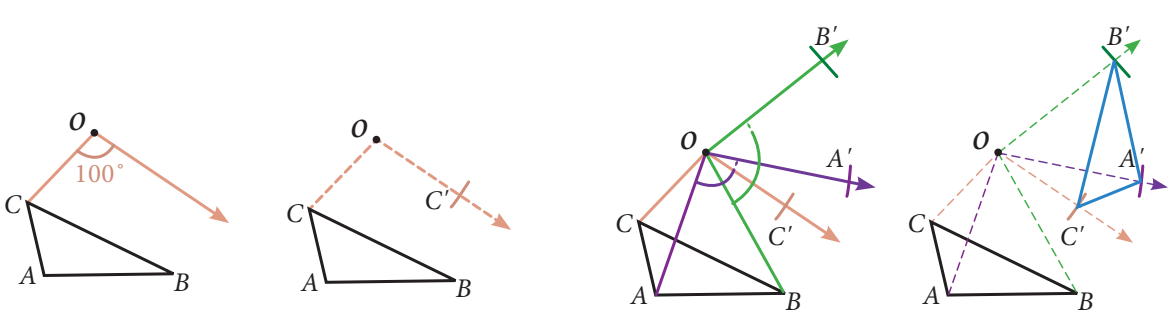
இங்கு ΔABC ஆனது O வை பொருத்து 100° கோண அளவிற்குச் சுழற்றப்பட்டுள்ளது.

படி 1 CO வை வரைக. O வை உச்சியாகக்கொண்டு CO உடன் 100° கோணத்தை அமைக்க.

படி 2 கவராயத்தைப் பயன்படுத்தி $C'O = CO$ உள்ளவாறு $C'O$ ஐ வரைக.

படி 3 இதேபோன்று A' மற்றும் B' ஆகிய புள்ளிகளைக் குறிக்க.

படி 4 A', B' மற்றும் C' ஆகியவற்றை வரிசையாக இணைத்து $\Delta A'B'C'$ அமைக்க.



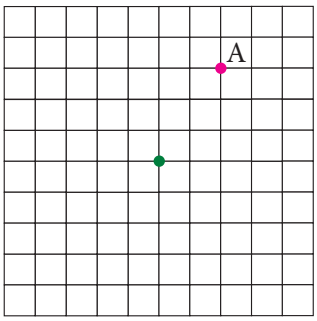
படம் 4.13

குறிப்பு

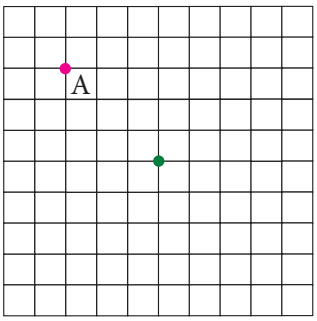
கடிகாரச் சுற்றின் திசையிலான 180^0 கோண அளவு சுழற்சியும், கடிகாரச் சுற்றின் எதிர்த் திசையிலான 180^0 கோண அளவு சுழற்சியும் ஒரே நிழல் உருவை அமைக்கும். எனவே ஓர் உருவத்தை 180^0 கோண அளவு சுழற்றும்போது திசையைக் குறிப்பிடுவது அவசியமில்லை.

எடுத்துக்காட்டு 4.5 பச்சை நிறப்புள்ளியைப் பொருத்து இளஞ்சிவப்பு நிறப்புள்ளியைக் கொடுக்கப்பட்ட திசையில் கொடுக்கப்பட்ட கோண அளவிற்குச் சுழற்றுக.

(i) 90° கடிகாரச் சுற்றின் எதிர்திசை

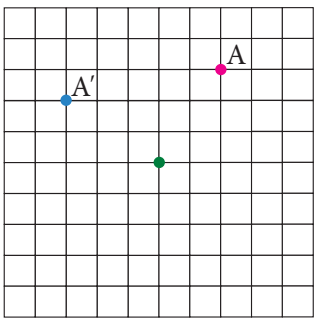


(ii) 180°

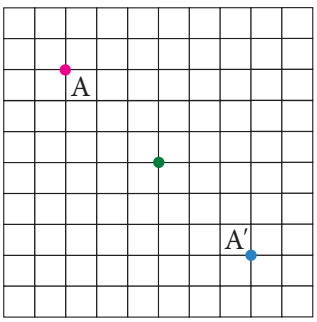


தீர்வு:

(i) 90° கடிகாரச் சுற்றின் எதிர்திசை

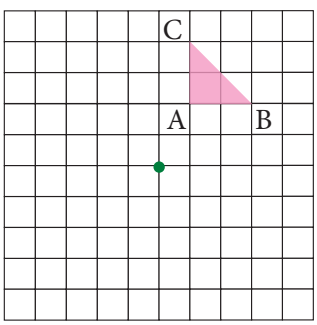


(ii) 180°

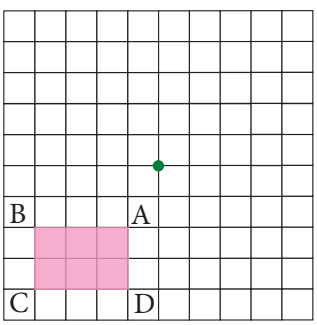


எடுத்துக்காட்டு 4.6 பச்சை நிறப்புள்ளியைப் பொருத்து இளஞ்சிவப்பு நிறவடிவத்தைக் கொடுக்கப்பட்ட திசையில் கொடுக்கப்பட்ட கோண அளவிற்குச் சுழற்றுக.

(i) 180°

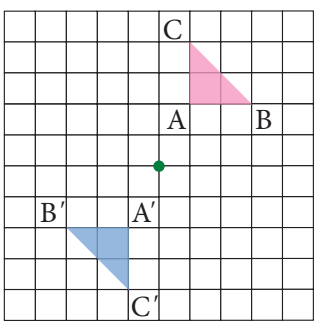


(ii) 90° கடிகாரச் சுற்றின் எதிர்திசை

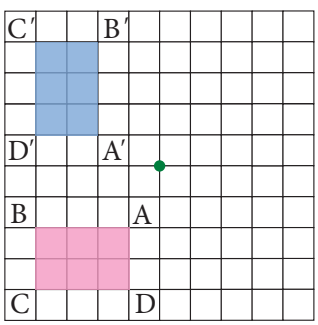


தீர்வு:

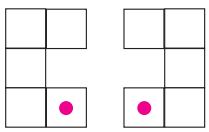
(i) 180°

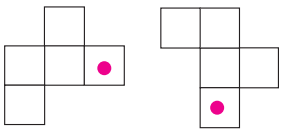


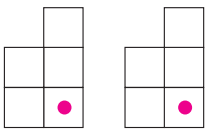
(ii) 90° கடிகாரச் சுற்றின் எதிர்திசை



எடுத்துக்காட்டு 4.7 பின்வரும் சோடி உருவங்களின் உருமாற்றத்தை இடப்பெயர்வு, எதிரொளிப்பு அல்லது சுழற்சி முறையில் எழுதுக.

(i) 

(ii) 

(iii) 

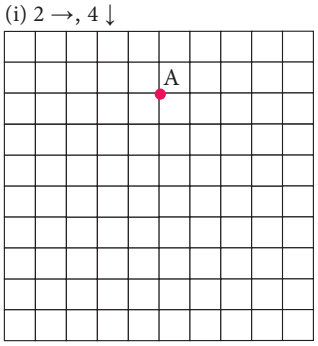
தீர்வு:

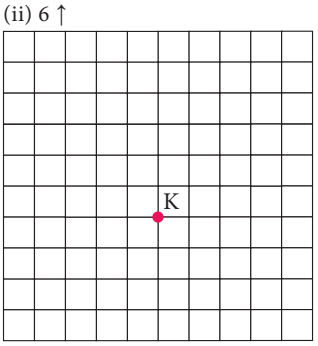
(i) எதிரொளிப்பு (ii) சுழற்சி (iii) இடப்பெயர்வு

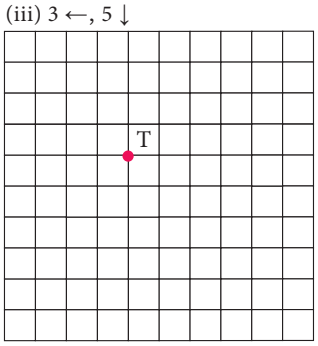
சறுக்கு எதிரொளிப்பு என்பது ஒரு கோட்டைப் பொருத்த எதிரொளிப்பு மற்றும் இடப்பெயர்வு ஆகிய இரு உருமாற்றங்களின் சேர்க்கை ஆகும். இங்கு இடப்பெயர்வானது எதிரொளிப்புக் கோட்டிற்கு இணையாக அமையும். உருமாற்றங்களின் வரிசையை மாற்றியமைத்தாலும் நிழல் உருக்கள் ஒன்று போலவே அமையும். நாம் இடப்பெயர்வைச் செய்தபின்பு எதிரொளிப்பை மேற்கொள்ளலாம் அல்லது எதிரொளிப்பு செய்த பின்பு இடப்பெயர்வை மேற்கொள்ளலாம்.

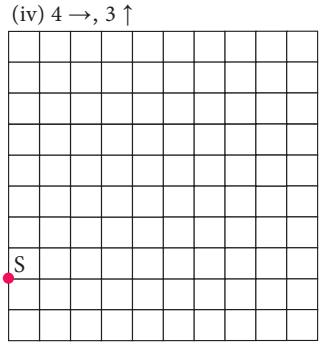
பயிற்சி 4.1

1. கொடுக்கப்பட்ட இடப்பெயர்வைப் பயன்படுத்தி ஒவ்வொரு புள்ளியின் புதிய நிலையைக் காண்க.

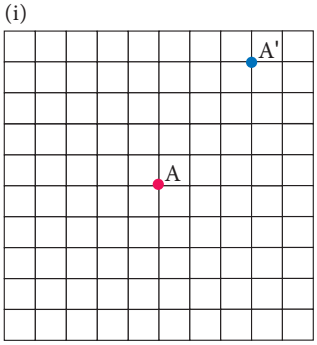
(i) 2 →, 4 ↓ 

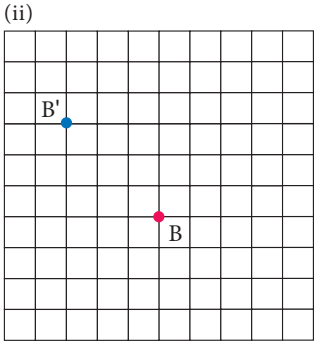
(ii) 6 ↑ 

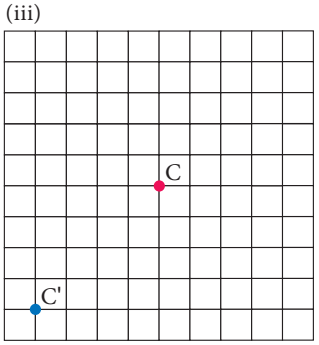
(iii) 3 ←, 5 ↓ 

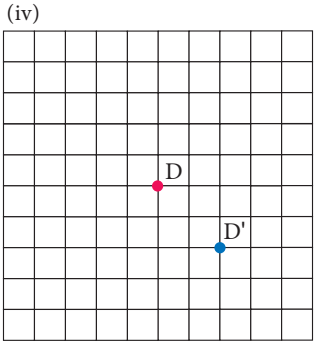
(iv) 4 →, 3 ↑ 

2. முன் உருவானது எவ்வாறு நிழல் உருவாக இடப்பெயர்வு செய்யப்பட்டுள்ளது?

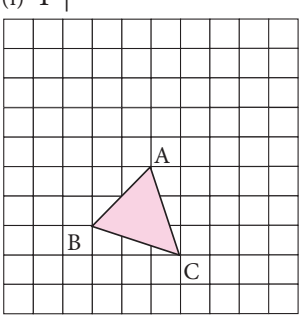
(i) 

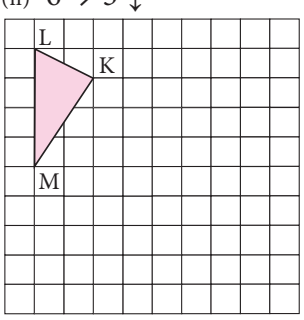
(ii) 

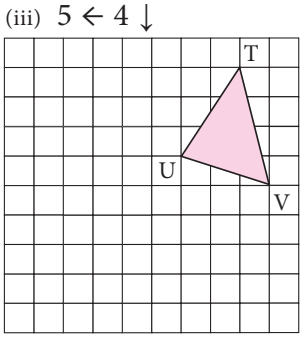
(iii) 

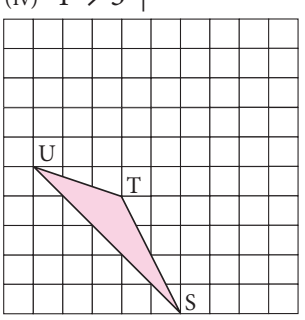
(iv) 

3. கொடுக்கப்பட்ட இடப்பெயர்வைப் பயன்படுத்தி முக்கோணத்தின் நிழல் உருவைக் காண்க.

(i) 4 ↑ 

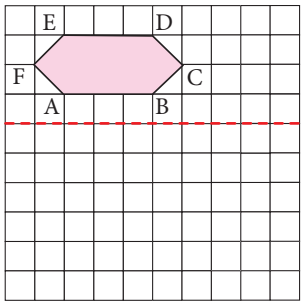
(ii) 6 → 3 ↓ 

(iii) 5 ← 4 ↓ 

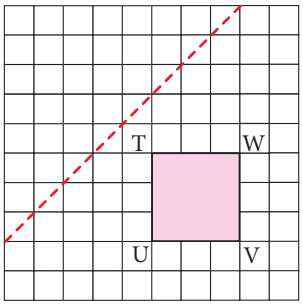
(iv) 4 → 3 ↑ 

4. கொடுக்கப்பட்ட எதிரொளிப்புக் கோட்டைப் பொருத்து பிரதிபலிப்புச் செய்க.

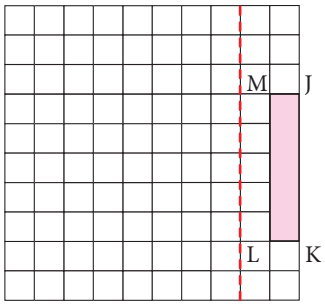
(i)



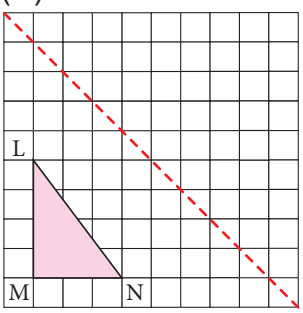
(ii)



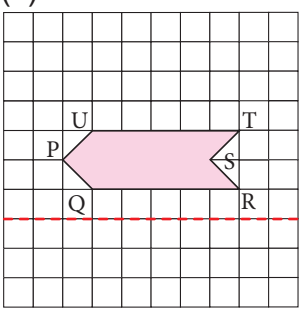
(iii)



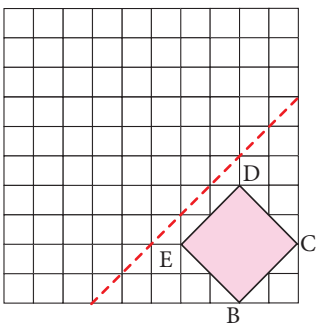
(iv)



(v)

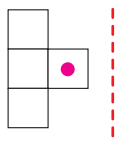


(vi)

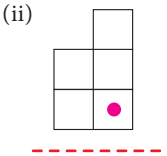


5. பின்வரும் படம் ஒவ்வொன்றிலுமுள்ள வடிவத்தைக் கொடுக்கப்பட்ட எதிரொளிப்புக் கோட்டைப் பொருத்து எதிரொளிப்புச் செய்க.

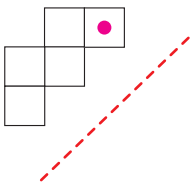
(i)



(ii)

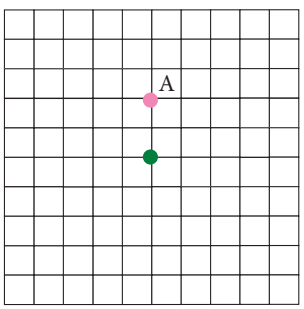


(iii)

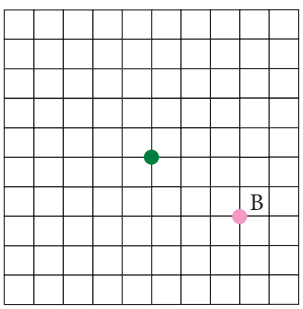


6. ஒவ்வொரு படத்திலுமுள்ள முன் உருவப் பச்சைப் புள்ளியைப் பொருத்து சுழற்றவும்.

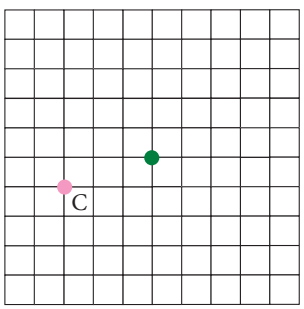
(i) 90° கடிகாரச் சுற்றின் திசை



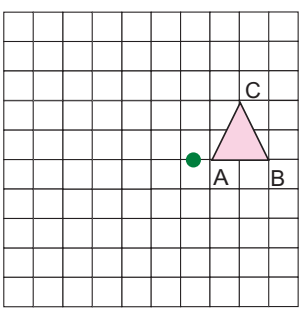
(ii) 180°



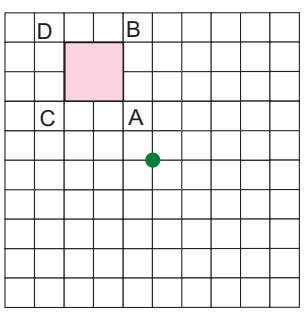
(iii) 270° கடிகாரச் சுற்றின் எதிர்திசை



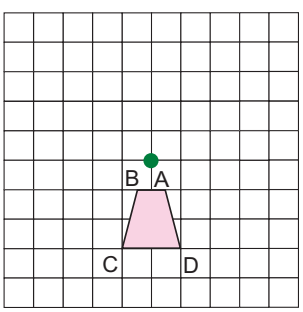
(iv) 90° கடிகாரச் சுற்றின் எதிர்திசை



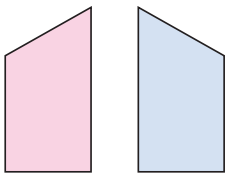
(v) 90° கடிகாரச் சுற்றின் திசை

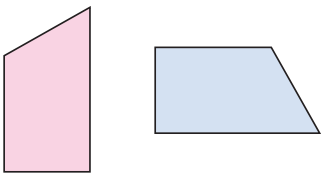


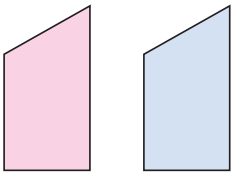
(vi) 180°



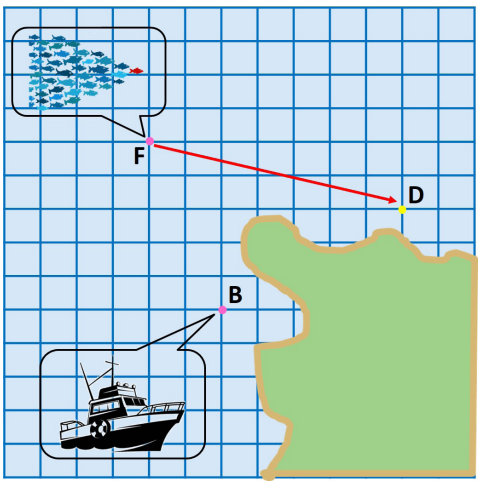
உருமாற்றத்தின் வகைகளை அடையாளம் காண்க.

7. 

8. 

9. 

10. ஒரு மீன் கூட்டம் F என்ற புள்ளியிலிருந்து D என்ற புள்ளிக்கு இடப்பெயர்ப்பு அடைகிறது எனில்,



(i) மீன் கூட்டம் அடைந்த இடப்பெயர்வை எழுதுக.

(ii) மீன்பிடி படகு அதே இடப்பெயர்வை அடைய முடியுமா? விளக்குக.

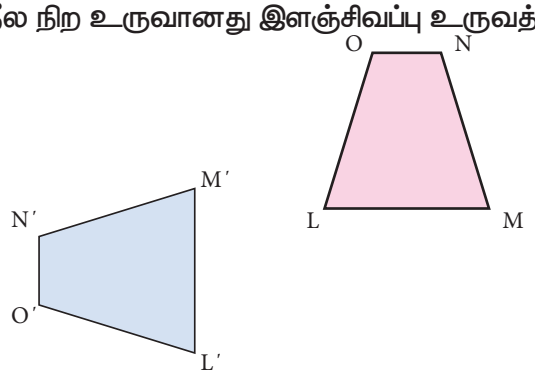
(iii) மீன்பிடி படகானது D என்ற புள்ளியை அடையத் தேவையான இடப்பெயர்வை எழுதுக.

11. A என்ற காலடித்தடம் பின்வரும் காலடித் தடங்களாக மாற்றமடையத் தேவைப்படும் உருமாற்றத்தை எழுதுக.

(i) காலடித் தடம் (ii) காலடித் தடம் C

(iii) காலடித் தடம் D (iv) காலடித் தடம் E

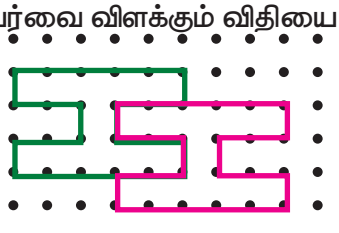
12. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் நீல நிற உருவானது இளஞ்சிவப்பு உருவத்தின் நிழல் உருவமாகும்.



(i) முன் உருவிலிருந்து ஏதேனும் ஒரு கோணம் அல்லது உச்சிப் புள்ளிக்கு அதன் நிழல் உருவை எழுதுக.

(ii) ஒத்த பக்கங்களைப் பட்டியலிடுக.

13. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் பச்சை நிற உருவம் இளஞ்சிவப்பு நிற உருவத்தின் இடப்பெயர்வினாலான நிழல் உருவாகும், இந்த இடப்பெயர்வை விளக்கும் விதியை எழுதுக.



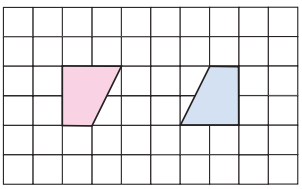
கொள்குறிவகை வினாக்கள்

14. ஒரு _____ என்பது ஒரு புள்ளியைப் பொருத்த திருப்பம் எனப்படும்.
(i) இடப்பெயர்ப்பு (ii) சுழற்சி
(iii) எதிரொளிப்பு (iv) சறுக்கு எதிரொளிப்பு

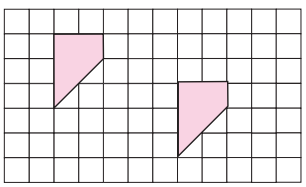
15. ஒரு _____ என்பது ஒரு கோட்டைப் பொருத்த திருப்புதல் எனப்படும்.
(i) இடப்பெயர்ப்பு (ii) சுழற்சி
(iii) எதிரொளிப்பு (iv) சறுக்கு எதிரொளிப்பு

16. ஒரு _____ என்பது பிரதிபலிப்பு அல்லது திருப்புதல் இல்லாத நகர்வு ஆகும்.
(i) இடப்பெயர்ப்பு (ii) சுழற்சி
(iii) எதிரொளிப்பு (iv) சறுக்கு எதிரொளிப்பு

17. படத்தில் பயன்படுத்தப்பட்ட உருமாற்றம்
(i) இடப்பெயர்ப்பு (ii) சுழற்சி
(iii) எதிரொளிப்பு (iv) சறுக்கு எதிரொளிப்பு



18. படத்தில் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள உருமாற்றம்
(i) இடப்பெயர்ப்பு (ii) சுழற்சி
(iii) எதிரொளிப்பு (iv) சறுக்கு எதிரொளிப்பு

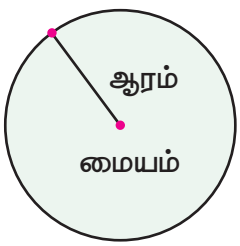


19. புதிர் படத்தினை நிறைவுசெய்ய அதன் ஒரு பகுதியை P என்ற புள்ளியைப் பொருத்து 270^0 அளவுக்குக் கடிகாரச் சுற்றின் திசையில் சுழற்ற வேண்டும். கொடுக்கப்பட்டுள்ள துண்டுகளில் எந்தத் துண்டு பொருத்தமானது?

(i) (ii) (iii) (iv)

4.3 வட்டங்களையும் பொதுமைய வட்டங்களையும் வரைதல்

நாம் முந்தைய பருவத்தில் வட்டத்தின் பரப்பளவு, சுற்றளவு, வட்ட வளையத்தின் பரப்பளவு ஆகியவற்றைக் காணும் முறைகளைக் கற்றறிந்தோம். இப்போது வட்டங்களைக் குறித்தான மேலும் சில கருத்துகளையும் வட்டம், பொது மைய வட்டங்கள் ஆகியவற்றை வரையும் முறைகளைக் கற்போம்.



படம் 4.14

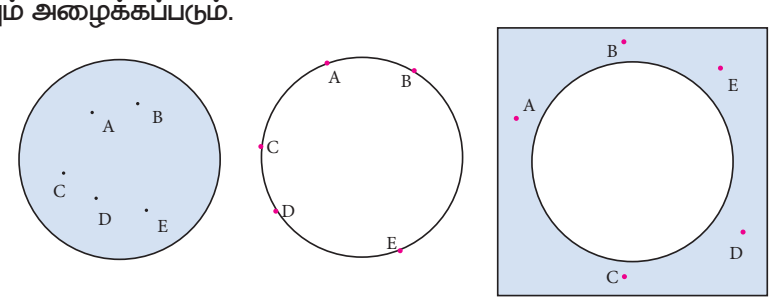
4.3.1 வட்டங்கள்

ஒரு தளத்தில், ஒரு நிலையான புள்ளியிலிருந்து நிலையான தொலைவிலுள்ள அனைத்துப் புள்ளிகளின் தொகுப்பும் வட்டம் எனப்படும்.

நிலையான புள்ளி வட்டத்தின் மையம் எனப்படும். நிலையானத் தொலைவு வட்டத்தின் ஆரம் எனப்படும். ஆரம் என்பது வட்டத்தின் மையத்தையும், வட்டத்தின் மீதமைந்த ஏதேனும் ஒரு புள்ளியையும் இணைக்கும் கோட்டுத் துண்டைக் குறிக்கும் சொல்லாகவும், அக்கோட்டுத் துண்டின் நீளத்தைக் குறிக்கும் சொல்லாகவும் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

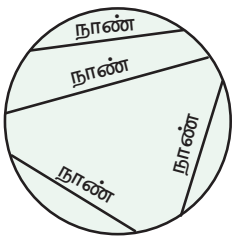
ஒரு வட்டம், ஒரு தளத்திலுள்ள அனைத்துப் புள்ளிகளையும் மூன்று பிரிவுகளாக வகைப்படுத்துகிறது. அவைகள் (i) வட்டத்தின் உள்ளே அமைந்திருக்கும் புள்ளிகள். இதனை வட்டத்தின் உட்புறம் என அழைக்கப்படும் (ii) வட்டத்தின் மீதமைந்த புள்ளிகள். இதனை வட்டப்பரிதி

என்றும் அழைக்கப்படும் (iii) வட்டத்திற்கு வெளியே உள்ள புள்ளிகள். இதனை வட்டத்தின் வெளிப்புறம் எனவும் அழைக்கப்படும்.



படம் 4.15

வட்டத்தின் மீதமைந்த ஏதேனும் இரண்டு புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டுத் துண்டு அவ்வட்டத்தின் நாண் எனப்படும். வட்டத்தின் மீது எண்ணற்ற புள்ளிகள் அமைந்திருப்பதால், வட்டத்திற்கு எண்ணற்ற நாண்களை வரைய இயலும்.



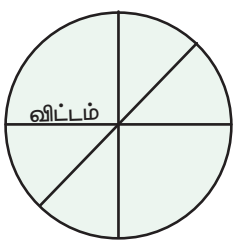
படம் 4.16

வட்டத்தின் மையப்புள்ளி வழியாகச் செல்லும் நாண், அவ்வட்டத்தின் விட்டம் எனப்படும்.

ஆரம் போன்றே, விட்டம் என்ற சொல்லும், கோட்டுத்துண்டையும், கோட்டுத்துண்டின் நீளத்தையும் குறிக்கும் வகையில் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

விட்டம் மிக நீளமான நாண் என்பதையும், விட்டங்கள் அனைத்தும் ஒரே நீளம் கொண்டவை என்பதையும் எளிதில் சரிபார்க்க இயலும்.

விட்டமானது, ஆரத்தைப் போல் இரு மடங்கு நீளம் கொண்டதாகும்.

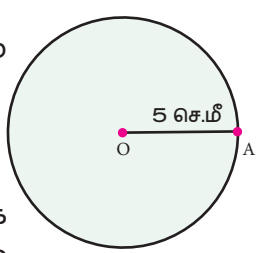


படம் 4.17

4.3.2 வட்டம் வரைதல்

இப்போது நாம், கொடுக்கப்பட்ட ஆரத்தையும் விட்டத்தையும் கொண்ட வட்டத்தை வரையும் முறையைக் கற்போம்.

எடுத்துக்காட்டு O வை மையமாகக் கொண்டு 5 செ.மீ ஆரம் கொண்ட வட்டம் வரைக.



படம் 4.18

படி 1 : தாளில் ஒரு புள்ளியைக் குறித்து O எனப் பெயரிடுக.

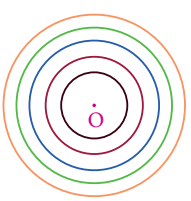
படி 2 : 5 செ.மீ அளவுள்ளவாறு கவராயத்தை அமைக்கவும்.

படி 3 : கவராயத்தின் கைப்பிடி முனையை உறுதியாகப் பிடித்துக் கொண்டு அதன் உலோக முனையை வட்டத்தின் மையம் O வில் அமைக்க

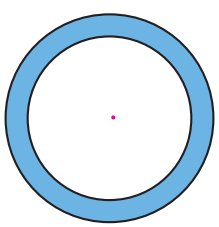
படி 4 : வரைகோல் வட்டத்தை முழுமையாக வரையும் வகையில் கவராயத்தை மெதுவாகச் சுற்றுக.

4.3.3 பொது மைய வட்டங்கள்

ஒரு பொதுவான மையத்தையும் வேறுபட்ட ஆரங்களையும் கொண்டு ஒரு தளத்தில் வரையப்பட்ட வட்டங்கள் பொதுமைய வட்டங்கள் எனப்படும். (படம் 4.19)



படம் 4.19

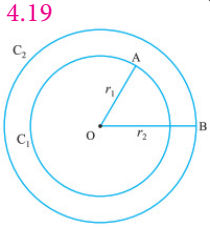


படம் 4.20

இரண்டு பொது மைய வட்டங்களுக்கு இடைப்பட்ட பகுதி வட்டவளையம் எனப்படும். (படம் 4.20)

வட்ட வளையத்தின் அகலம்

$= OB - OA = r_2 - r_1$.



படம் 4.21

4.3.4 பொது மைய வட்டங்கள் வரைதல்

எடுத்துக்காட்டு 4 செ.மீ மற்றும் 6 செ.மீ ஆரங்கள் கொண்ட பொது மைய வட்டங்கள் வரைந்து வட்டவளையப் பகுதியை நிழலிடுக. மேலும், வட்டவளையத்தின் அகலத்தைக் காண்க.

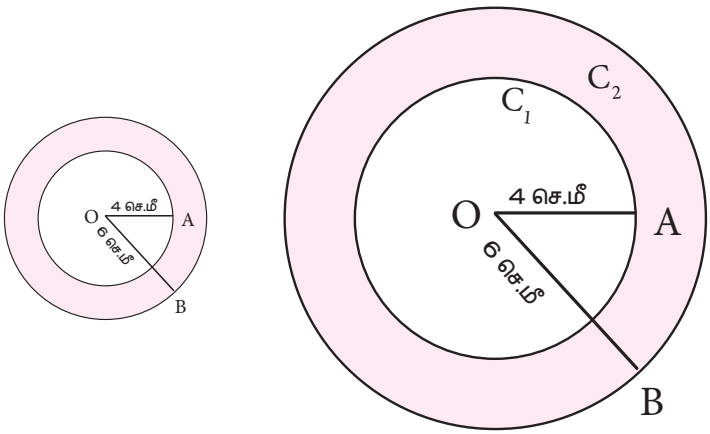
படி 1 : உதவிப்படம் வரைந்து கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் குறிக்க

படி 2 : தளத்தில் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியைக் குறித்து வட்டத்தின் மையம் O எனப் பெயரிடுக.

படி 3 : O வை மையமாகக் கொண்டு 4 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டத்தை வரைக.

படி 4 : O வை மையமாகக் கொண்டு 6 செ.மீ ஆரமுள்ள வட்டம் வரைக. இவ்வாறு C_1 மற்றும் C_2 என்ற இரு பொது மைய வட்டங்கள் வரையப்பட்டன.

வட்ட வளையத்தின் அகலம் = OB – OA = 6 – 4 = 2 செ.மீ .



படம் 4.22

பயிற்சி 4.2

1. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு வட்டங்கள் வரைக.

   (i) r = 4 செ.மீ (ii) d=12 செ.மீ (iii) r = 3.5 செ.மீ

   (iv) r = 6.5 செ.மீ (v) d = 6 செ.மீ

2. கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைக் கொண்டு பொது மைய வட்டங்கள் வரைக. வட்டவளையத்தின் அகலத்தைக் காண்க.

   (i) $r_1 = 3$ செ.மீ மற்றும் $r_2 = 5$ செ.மீ

   (ii) $r_1 = 3.5$ செ.மீ மற்றும் $r_2 = 6.5$ செ.மீ

   (iii) $d_1 = 6.4$ செ.மீ மற்றும் $d_2 = 11.6$ செ.மீ

   (iv) $r_1 = 5$ செ.மீ மற்றும் $r_2 = 7.5$ செ.மீ

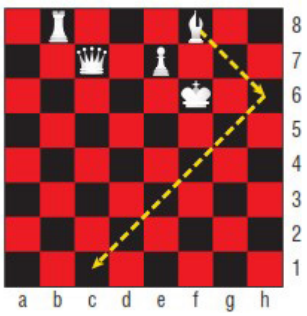
   (v) $d_1 = 6.2$ செ.மீ மற்றும் $r_2 = 6.2$ செ.மீ

   (vi) $r_1 = 7.1$ செ.மீ மற்றும் $d_2 = 12$ செ.மீ

பயிற்சி 4.3

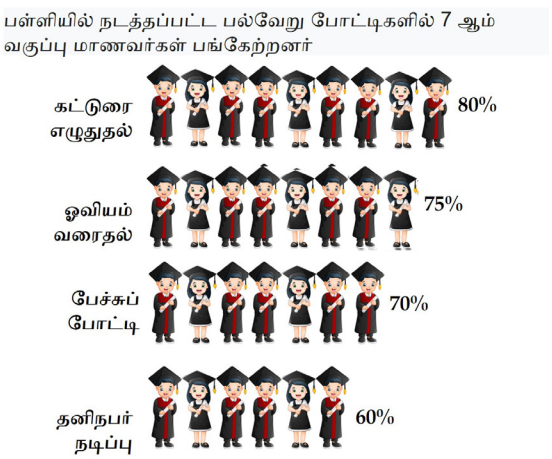
பலவகைத் திறனறி பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. காட்டப்பட்டுள்ள சதுரங்கப் பலகையின் படத்தில் அமைச்சர், கருப்புக் கட்டங்களில் படத்தில் குறிக்கப்பட்டுள்ளவாறு குறுக்காக நகரும் இரண்டு நகர்த்தல்களுக்கான இடப்பெயர்வை எழுதுக.

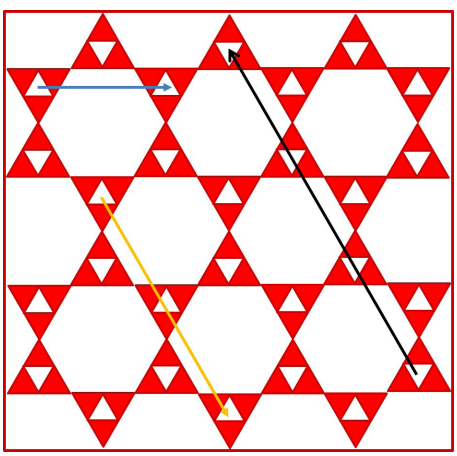


2. சதுரங்கக் காய்கள் ஒவ்வொன்றிற்கும் ஒரு நகர்விற்கான வாய்ப்புள்ள அனைத்து இடப்பெயர்வுகளையும் எழுதுக.

3. கொடுக்கப்பட்டப் படத்தைக்கொண்டு பின்வரும் கேள்விகளுக்கு விடையளிக்க. ஒவ்வொரு வகையிலும் சிறுவன் – சிறுமி – சிறுவன் அமைப்பு ஓர் அலகாகப் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது.
(i) எந்தெந்த வகைகளில் சிறுவன் சிறுமி சிறுவன் அமைப்பு இடப்பெயர்வைக் கொண்டுள்ளது? (ii) எந்தெந்த வகைகளில் சிறுவன் – சிறுமி – சிறுவன் அமைப்பு எதிரொளிப்பைக் கொண்டுள்ளது?



4. கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் தரையின் மீது வரையப்பட்ட அலங்கார அமைப்பு உள்ளது. அதில் சிவப்பு நிறச் சிறிய சமபக்க முக்கோணத்தின் பக்க அளவு 30 செ.மீ மற்றும் உயரம் 26 செ.மீ எனில், அனைத்து முக்கோணங்களும், அறுங்கோணங்களும் ஒழுங்கு பல கோணங்களாகும்
(i) மஞ்சள் நிறக்கோடு (ii) கறுப்பு நிறக்கோடு
(iii) நீல நிறக்கோடு ஆகியவை குறிக்கும் இடப்பெயர்வைச் செ.மீ இல் எழுதுக.



5. பின்வரும் சோடி உருவங்களில் (எழுத்துகளின்) உள்ள உருமாற்றத்தை விவரி. இடப்பெயர்வு எதிரொளிப்பு அல்லது சுழற்சியை எழுதுக.

(i) (ii) (iii) (iv)

(v) (vi) (vii) (viii)

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

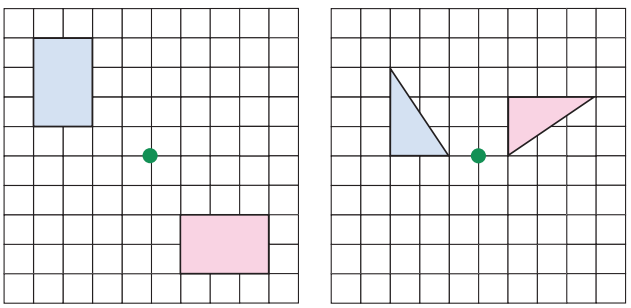
6 சதுரங்கத்தில், குதிரையினை L– வடிவத்தில் மட்டுமே நகர்த்த முடியும்.

- இரண்டு செங்குத்துச் சதுரங்கள், ஒரு கிடைமட்டச் சதுரம்
- இரண்டு கிடைமட்டச் சதுரங்கள், ஒரு செங்குத்துச் சதுரம்
- ஒரு செங்குத்துச் சதுரம், இரண்டு கிடைமட்டச் சதுரங்கள்
- ஒரு கிடைமட்டச் சதுரம் இரண்டு செங்குத்துச் சதுரங்கள்.

குதிரையானது g8 நிலையிலிருந்து g5 நிலையை அடைவதற்கான இடப்பெயர்வை (அதிகபட்சம் இரண்டு நகர்த்தல்கள்) எழுதுக.

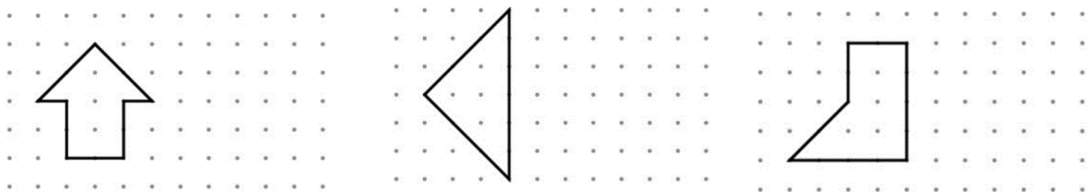
7. இளஞ்சிவப்பு வடிவமும், நீலநிற வடிவமும் சர்வசமத் தன்மை உடையன. நீல நிற வடிவம் இளஞ்சிவப்பு நிற வடிவத்தின் நிழல் உருவாக அமையத் தேவைப்படும் உருமாற்றங்களின் வரிசையை விவரி.

(i) (ii)



64GKI

8. (i) இடப்பெயர்ப்பு உருவை வரையவும் (ii) எதிரொளிப்பு உருவை வரையவும் (iii) சுழற்சி உருவை வரையவும்



9. உள்வட்டத்தின் ஆரம் 4.5 செ.மீ என்றும் வட்டவளையத்தின் அகலம் 2.5 செ.மீ என்றும் உள்ளவாறு பொதுமைய வட்டங்கள் வரைக.

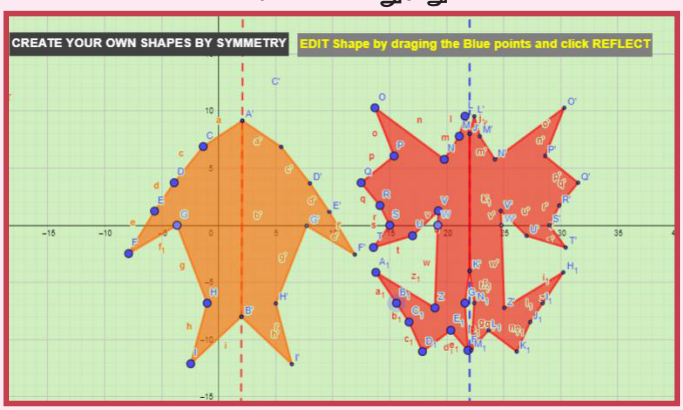
10. வெளிவட்டத்தின் ஆரம் 5.3 செ.மீ என்றும் வட்ட வளையத்தின் அகலம் 1.8 செ.மீ என்றும் உள்ளவாறு பொது மைய வட்டங்கள் வரைக.

பாடச்சுருக்கம்

- உருமாற்றம் என்பது முன்உருவை நிழல்உருவாக மாற்றும் ஒரு குறிப்பிட்ட விதிகளின் தொகுப்பாகும்.
- ஓர் உருவத்தின் அனைத்துப் புள்ளிகளையும் ஒரே திசையில் ஒரே தொலைவிற்கு நகர்ந்தும் உருமாற்றம் இடப்பெயர்வு எனப்படும்.
- கிடைமட்டமாக வலப்புற நகர்வு '→' என்ற குறியீடு மூலமும், இடப்புற நகர்வு '←' என்ற குறியீடு மூலமும் குறிக்கப்படும்.
- செங்குத்தாக, மேற்புற நகர்வு '↑' என்ற குறியீடு மூலமும், கீழ்ப்புற நகர்வு '↓' என்ற குறியீடு மூலமும் குறிக்கப்படும்.
- ஒரு நேர்க்கோட்டைப் பொருத்து ஓர் உருவத்தைத் திருப்பும் அல்லது பிரதிபலிக்கும் உருமாற்றம் எதிரொளிப்பு எனப்படும்.
- ஒரு புள்ளியைப் பொருத்து, ஒரு முன் உருவிலுள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியையும் ஒரு குறிப்பிட்ட திசையில் ஒரு குறிப்பிட்ட கோண அளவிற்குச் சுழற்றும் உருமாற்றம் சுழற்சி எனப்படும். நிலையான புள்ளியானது, சுழற்சி மையம் எனவும், கோண அளவானது சுழற்சிக் கோணம் எனவும் கொள்ளப்படும்.
- சுழற்சியைத் திருப்பம் என்றும் கூறலாம்.
- ஒரு சுழற்சியின் இயல்பான திசைக் கடிகாரச் சுற்றிற்கு எதிரான (இடஞ்சுழி) திசையாகும்.
- 360^0 அளவுள்ள சுழற்சி முழுத்திருப்பம் எனப்படும். 180^0 அளவுள்ள சுழற்சியானது அரைத் திருப்பம் எனப்படும். 90^0 அளவுள்ள சுழற்சியானது கால் திருப்பம் எனப்படும்.
- ஒரு தளத்தில் ஒரு நிலையான புள்ளியிலிருந்து நிலையான தொலைவிலுள்ள அனைத்துப் புள்ளிகளின் தொகுப்பும் வட்டம் எனப்படும். நிலையான புள்ளி வட்டத்தின் மையம் எனப்படும். நிலையான தொலைவு வட்டத்தின் ஆரம் எனப்படும்.
- வட்டத்தின் உள்ளே அமைந்த புள்ளிகள் வட்டத்தின் உட்புறம் எனப்படும்.
- வட்டத்திற்கு வெளியே உள்ள புள்ளிகள் வட்டத்தின் வெளிப்புறம் எனப்படும்.
- வட்டத்தின் மீதமைந்த ஏதேனும் இரண்டு புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்க்கோட்டுத்துண்டு அவ்வட்டத்தின் நாண் எனப்படும்.
- வட்டத்தின் மையப்புள்ளி வழியாகச் செல்லும் நாண் அவ்வட்டத்தின் விட்டம் எனப்படும்.
- ஒரு பொதுவான மையத்தையும் மற்றும் வேறுபட்ட ஆரங்களையும் கொண்டு ஒரு தளத்தில் வரையப்பட்ட வட்டங்கள் பொதுமைய வட்டங்கள் எனப்படும்.
- இரண்டு பொது மைய வட்டங்களுக்கு இடைப்பட்ட பகுதி வட்டவளையம் எனப்படும்.
- வட்டவளையத்தின் அகலம் = $r_2 - r_1$

வடிவியல்

செயல்பாட்டின் இறுதியில்
கிடைக்கப் பெறுவது



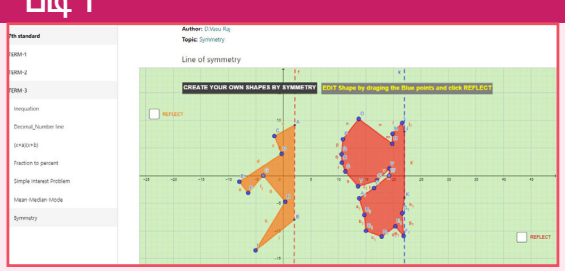
படி 1

இணையத்துள் உரலியை திறந்து கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள உரலியை தட்டச்சு செய்யவும் அல்லது விரைவுக் குறியீட்டினை ஸ்கேன் செய்யவும்."சமச்சீர்த் தன்மை" எனப் பெயரிடப்பட்ட ஜீயோ ஜீப்ரா பணித்தாள் திறக்கும். கோட்டின் இடப்புறத்தில் உள்ள புள்ளிகளை நகர்த்தவும். சமச்சீர்த் தன்மையைக் காண "எதிரொளி" என்ற குறியீட்டுப் பெட்டியை சொடுக்கவும்.

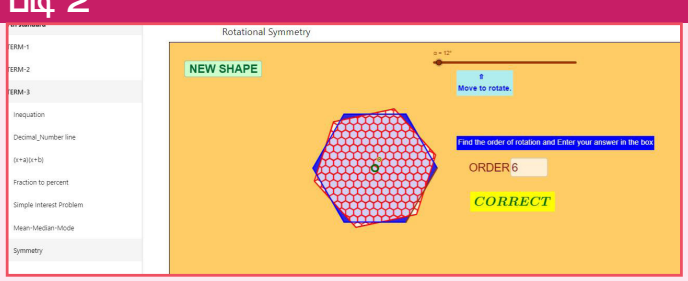
படி 2

"சுழல் சமச்சீர்த் தன்மை" என்ற இன்னொரு பணித்தாளைக் காணக் கீழ்நோக்கிச் செல்லவும். வடிவத்தை சுழற்ற நழுவியை நகர்த்தவும். சுழற்சியின் வரிசையைக் கண்டறிந்து கொடுக்கப்பட்டுள்ளப் பெட்டியில் எழுதவும். உள்நுழையை அழுத்தி உங்களை விடையைச் சரிபார்த்துக் கொள்ளலாம். "புதுவடிவம்" என்பதை சொடுக்கி செயல்பாட்டை தொடரவும்.

படி 1



படி 2



செயல்பாட்டின் உரலி

சமச்சீர்: https://www.geogebra.org/m/f4w7csup#material/udcrmzyr

அல்லது விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்க.

அலகு

5

புள்ளியியல்

கற்றல் நோக்கங்கள்

- வெவ்வேறான தொடர்ச்சியற்ற தரவுகளின் சேகரிப்பையும் அமைப்பையும் நினைவுகூர்தல்.
- கூட்டுச் சராசரி, இடைநிலை மற்றும் முகடு போன்றப் பல்வேறு வகையான சராசரிகளை அடையாளம் காணுதலும் வேறுபடுத்துதலும்.
- வெவ்வேறு வகையான சராசரிகளைக் கணக்கிடக் கற்றுக்கொள்ளுதல்.

5.1 அறிமுகம்

மீள்பார்வை

ஆறாம் வகுப்பில் தரவுகளின் வகைப்பாட்டையும் தரவுகளைப் படங்கள் மூலம் குறித்தலையும் பற்றி நாம் கற்றுள்ளதை இப்போது நினைவுகூர்வோம்.

பின்வரும் அட்டவணைகளைக் கவனித்துக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கேள்விகளுக்குப் பதிலளிக்கவும்.

அட்டவணை 1

கணிதத் தேர்வில் 30 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் (50 மதிப்பெண்களுக்கு) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

33	22	50	28	20	21	25	23	25	34	28	26	28	22	28
28	37	35	21	42	24	2	49	29	35	25	26	32	33	29

(i) மாணவர்கள் பெற்ற அதிகபட்ச மதிப்பெண் என்ன?

(ii) எத்தனை மாணவர்கள் 40 மதிப்பெண்களுக்கு மேல் பெற்றுள்ளனர்?

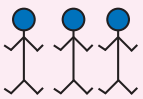
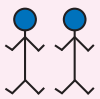
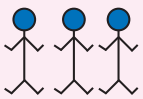
(iii) மாணவர்கள் பெற்ற குறைந்தபட்ச மதிப்பெண்ணைக் கண்டுபிடி?

(iv) எத்தனை மாணவர்கள் 21 முதல் 23 வரை மதிப்பெண்கள் பெற்றுள்ளனர்?

(v) மதிப்பெண்களுக்கிடையிலான அதிகபட்ச மற்றும் குறைந்தபட்ச வேறுபாட்டினைக் கண்டுபிடி?

அட்டவணை 2

ஒரு குறிப்பிட்ட வாரத்தில் ஏழாம் வகுப்பில் வருகை தராத குழந்தைகளின் தரவுகள் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

திங்கள்	செவ்வாய்	புதன்	வியாழன்	வெள்ளி
		–		

- 5 மாணவர்களைக் குறிக்கிறது

(i) குறைந்தபட்ச எண்ணிக்கையிலான வருகை தராத நாளைக் கண்டுபிடி?

(ii) 10 பேர் வருகை தராத நாளைக் குறிப்பிடுக?

(iii) வாரத்தின் எந்த நாளில் அனைவரும் வருகைபுரிந்தனர்?

(iv) வாரத்தின் எந்த நாளில் அதிகமான குழந்தைகள் வருகை தரவில்லை?

5.2 தரவுகளைச் சேகரித்தல்

குறிப்பிட்டத் தகவலை மனதில் கொண்டு, நாம் தரவுகளைச் சேகரிக்க வேண்டும். ஒருவேளை, நமக்குத் தேவையான தகவலானது 7 ஆம் வகுப்பு மாணவர்களின் உயரமாக இருந்தால், அம்மாணவர்களின் சுகாதாரப் பதிவு தொடர்பான தரவைக் காட்டிலும் அவர்களின் உயரங்களையும், வயது தொடர்பான குறிப்பிட்ட தரவுகளையும் சேகரிக்க வேண்டும்.

மேலேயுள்ள கலந்துரையாடலிலிருந்து, ஒரு தரவு சேகரிக்கப்பட வேண்டியதன் நோக்கத்தை அந்தந்தத் தரவு சேகரிப்புச் செயல்முறையைத் தொடங்குவதற்கு முன்னர் மனதில் கொள்ள வேண்டும். அதுவே நாம் விரும்பிய தகவலை மட்டுமே பெற முடிவதோடு சேகரிக்கப்பட்டத் தரவுகளுக்குப் பொருத்தமானதாகவும் இருக்கும்.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள சில சூழ்நிலைகளைப் பார்ப்போம். நம்மைச் சுற்றியுள்ள பல சூழ்நிலைகளில் இருந்துதான் தரவுகளை உருவாக்க முடியும். உதாரணமாக,

- ஏழாம் வகுப்பு மாணவர்களின் உயரம்.
- இரண்டாம் பருவத் தேர்வுகளில் ஏழாம் வகுப்பு மாணவர்களின் செயல்திறன்.
- உங்கள் வீட்டின் சுற்றுப்புறத்தில் நடப்பட்ட மரக் கன்றுகளின் எண்ணிக்கை.
- 2018 ஆம் ஆண்டில் இந்தியாவின் எல்லா முக்கிய நகரங்களிலும் பதிவான வெப்பநிலை.
- 2018 ஆம் ஆண்டில் தமிழ்நாட்டின் அனைத்து மாவட்டங்களிலும் பதிவான மழையின் அளவு.

5.3 தரவுகளின் அமைப்பு

நாம் தரவுகளைச் சேகரித்து அவற்றைப் பதிவுசெய்து ஒழுங்கமைக்கிறோம். இதைப் புரிந்துகொள்வதற்கு ஏழாம் வகுப்பில் பயிலும் 10 மாணவர்களின் எடையைக் கையாளும் ஓர் உதாரணத்தைக் கவனியுங்கள். இந்தத் தரவானது மாணவர்களின் எடை, அவர்களின் உயரத்திற்குப் பொருத்தமானதாக உள்ளதா எனச் சரிபார்ப்பதற்குச் சேகரிக்கப்படுகின்றது. அந்தந்தத் தரவுகள் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

- அன்பு – 20 கிலோ கிராம்; நம்பி – 19 கிலோ கிராம்; நந்திதா – 20 கிலோ கிராம்; அருள் – 24 கிலோ கிராம்; மாரி – 25 கிலோ கிராம்; மது – 22 கிலோ கிராம்; பவித்ரா – 23 கிலோ கிராம்; பீமன் – 26 கிலோ கிராம்; ஆர்த்தி – 21 கிலோ கிராம்; குமணன் – 25 கிலோ கிராம்.

  பின்வரும் கேள்விகளுக்குப் பதிலளிக்க முயற்சிப்போம்.

  (i) அனைவரிலும் மிகக் குறைந்த எடை கொண்டவர் யார்?

  (ii) 22 கிலோ கிராம் முதல் 24 கிலோ கிராம் வரை எடையுள்ளவர்கள் எத்தனை பேர்?

  (iii) அனைவரிலும் மிக அதிக எடை கொண்டவர் யார்?

  (iv) 23 கிலோவுக்கு மேல் எத்தனை குழந்தைகளும் 23 கிலோவுக்குக் கீழ் எத்தனை குழந்தைகளும் உள்ளனர்?

மேற்கண்டத் தரவுகளைப் புரிந்துகொள்வது மிகவும் எளிதானது அல்ல. எடைகளின் வரிசைக்கு ஏற்ற முறையில் அமைத்தால், கேள்விகளுக்குப் பதிலளிக்க எளிதாக இருக்கும்.

பின்வரும் அட்டவணையைக் கவனிக்கவும்

வ.எண்	பெயர்	எடை (கி.கி)
1	நம்பி	19
2	அன்பு	20
3	நந்திதா	20
4	ஆர்த்தி	21
5	மது	22

வ.எண்	பெயர்	எடை (கி.கி)
6	பவித்ரா	23
7	அருள்	24
8	குமணன்	25
9	மாரி	25
10	பீமன்	26

இப்போது நாம் மேற்கண்ட கேள்விகளுக்கு எளிதாகப் பதிலளிக்க முடியும். எனவே தரவுகளிலிருந்து எந்தவிதமான அனுமானங்களையும் பெறுவதற்காகத் தரவை ஒழுங்கமைக்க வேண்டியது மிக அவசியமானதாகும்.

தரவுகளின் அமைப்பானது மிக விரைவாகவும் தரவுகளின் ஒட்டுமொத்த பார்வையைப் பெறுவதற்கு உதவியாகவும் இருக்கும். தரவுகளைச் சரியாகக் கட்டமைப்பதனால், அதனைப் புரிந்துகொள்ளவும் விளக்கவும் அதன்படி முடிவெடுக்கவும் எளிய வழி கிடைக்கும்.

5.4 பிரதிநிதித்துவ மதிப்புகள்

நம்முடைய அன்றாட வாழ்க்கையில் 'சராசரி' என்ற சொல்லைப் பயன்படுத்தும் சூழ்நிலைகளைப் பார்த்திருக்கிறோம். பின்வரும் தகவல்களைக் கவனியுங்கள்

- மே மாதத்தில் சென்னையின் சராசரி வெப்பநிலை $40^{\circ}C$ ஆகும்.
- ஒரு கணித அலகுத் தேர்வில் 6 ஆம் வகுப்பின் சராசரி மதிப்பெண்கள் 74
- மாலா சராசரியாகப் படிக்கும் காலம் 4 மணிநேரம்.
- மதன் ஒரு வாரத்தில் சராசரியாகச் செய்யும் செலவுத் தொகை ₹ 100.

இதுபோன்ற தகவல்களை நம்முடைய அன்றாட வாழ்க்கையில் பார்க்கிறோம். நாம் மேற்கண்ட உதாரணத்திலிருந்து ஒன்றை எடுத்துக்கொள்வோம். ஒரு கணித அலகுத் தேர்வில் 6 ஆம் வகுப்பின் சராசரி மதிப்பெண்கள் 74 எனில், ஒவ்வொரு மாணவரும் 74 மதிப்பெண்கள் பெற்றிருக்கின்றார்கள் என்று அர்த்தமா? நிச்சியமாக இல்லை. சில மாணவர்கள் 74 மதிப்பெண்களுக்கு அதிகமாகவும், சில மாணவர்கள் 74 மதிப்பெண்களுக்குக் குறைவாகவும் பெற்றிருப்பார்கள். ஆகவே, சராசரி என்பது, கணிதத் தேர்வில் 6 ஆம் வகுப்பு மாணவர்களின் பொதுச் செயல்திறனைக் குறிக்கிறது.

முயன்று பார்

உனது வகுப்பில் உள்ள சக மாணவர்களின் உயரத்தைச் சேகரித்து, அத்தரவை ஏறுவரிசையில் அமைக்கவும்.

இதேபோல $40^{\circ}C$ என்பது மே மாதத்தில் சென்னையின் பிரதிநிதித்துவ வெப்பநிலை. இதனால் மே மாதத்தின் அன்றாட வெப்பநிலை $40^{\circ}C$ என்று அர்த்தமல்ல. கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளில் மிக உயர்ந்த, மிகக்குறைந்த மதிப்புகளுக்கிடையில் சராசரி இருப்பதால், சராசரி என்பது தரவுக்குழுவின் மையப்போக்கின் அளவீடு என்று அழைக்கப்படுகின்றது. வெவ்வேறு வகையான தரவுகளை விவரிப்பதற்கு வெவ்வேறு வகையான பிரதிநிதித்துவ மதிப்பு அல்லது மையப்போக்கு மதிப்பு தேவைப்படுகிறது.

இப்பாடப் பகுதியில் தரவுகளின் கூட்டுச் சராசரி, முகடு மற்றும் இடைநிலையளவு ஆகிய மூன்று வகையான மைய மதிப்புகளைப் பற்றிப் படிப்போம்.

5.5 கூட்டுச் சராசரி (அ) சராசரி

இப்போது, மையப்போக்கு அளவீடுகளில் ஒன்றான கூட்டுச் சராசரியைக் காண்போம். இந்தச் சூழ்நிலையைக் கவனியுங்கள்.

மணியும் இரவியும் கடற்கரையில் ஓர் ஒப்பந்தத்தின் அடிப்படையில் இருவரும் சமமாகப் பகிர்ந்து கொள்ள கிளிஞ்சல்களைச் சேகரிக்கத் தொடங்கினர். அந்த ஒப்பந்தமானது, சேகரிக்கப்பட்ட கிளிஞ்சல்களை இருவரும் சமமாகப் பிரித்துக்கொள்வது என்பதாகும். இறுதியாக, மணி 50 கிளிஞ்சல்களையும் இரவி 30 கிளிஞ்சல்களையும் மட்டுமே சேகரித்தனர். இப்போது இருவரும் கிளிஞ்சல்களைச் சமமாகப் பகிர்ந்துகொண்டால், ஒவ்வொருவரும் பெறும் கிளிஞ்சல்களின் எண்ணிக்கையைக் கண்டுபிடிக்கவும்?

நாம் கூட்டுச் சராசரி அல்லது சராசரியைப் பயன்படுத்தி இதைக் காண்போம். சராசரியைக் கண்டுபிடிக்க இரண்டு எண்களையும் கூட்டி 2 ஆல் வகுக்கவும்.

எனவே, சராசரி $= \frac{50+30}{2} = \frac{80}{2} = 40$

சராசரியானது 30 இக்கும் மற்றும் 50 இக்கும் இடையே அமைந்துள்ளது.

எனவே ஒவ்வொருவரும் பெறும் கிளிஞ்சல்களின் எண்ணிக்கை 40 ஆகும்.

இவ்வாறு சராசரியைக் கண்டுபிடிக்க விவரங்களைக் கூட்டி அவற்றின் எண்ணிக்கையால் வகுக்க வேண்டும்.

$$\text{சராசரி} = \frac{\text{விவரங்களின் கூடுதல் (மதிப்புகள்)}}{\text{விவரங்களின் எண்ணிக்கை}}.$$

முயன்று பார்

பின்வரும் தரவுகளைக் கொண்டு கூட்டுச் சராசரி அல்லது சராசரியைக் காண்க.

(i) ஒரு வாரத்தில் கதிர் படிப்பதற்காக எடுத்துக்கொண்ட நேரம், 3 மணி, 4மணி 5மணி, 3 மணி, 4மணி, 3.45 மணி மற்றும் 4.15 மணி.

(ii) ஐந்து பாடங்களில் முகில் பெற்ற மதிப்பெண்கள் 75, 91, 48, 63 மற்றும் 51.

(iii) காய்கறிகளுக்காக ஐந்து நாட்களுக்குச் செலவழித்த பணம் ₹ 120, ₹ 80, ₹ 75, ₹ 95 மற்றும் ₹ 86 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.1 ஒரு தொழிலாளியின் தினசரி ஊதியம், 10 நாள்களுக்குப் பின்வருமாறு தரப்பட்டுள்ளது எனில், அவரது சராசரி வருமானத்தைக் கண்டுபிடி.

நாள்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ஊதியம் (₹)	250	350	100	400	150	270	450	320	610	750

தீர்வு

$$\text{சராசரி} = \frac{\text{விவரங்களின் கூடுதல் (மதிப்புகள்)}}{\text{விவரங்களின் எண்ணிக்கை}}$$

$$= \frac{250+350+100+400+150+270+450+320+610+750}{10}$$

$$= \frac{3650}{10} = 365$$

எனவே, அவருடைய சராசரி வருமானம் ₹ 365 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.2 9 விவரங்களின் சராசரி 24 எனில், அவ்விவரங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

தீர்வு

$$\text{சராசரி} = \frac{\text{மதிப்புகளின் கூடுதல்}}{\text{மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை}}$$

$$\text{எனவே, } 24 = \frac{\text{மதிப்புகளின் கூடுதல்}}{9}$$

$$\text{மதிப்புகளின் கூடுதல்} = 9 \times 24 = 216 .$$

ஒரு பள்ளியிலுள்ள 15 ஆசிரியர்களின் சராசரி வயது 42 ஆகும். அந்த ஆசிரியர்களின் வயதானது 35, 42, 48, x, x + 8, 40, 43, 50, 46, 50, 37, 32, 38, 41 மற்றும் 40 (ஆண்டுகளில்) ஆகும் எனில், x இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடித்து, ஆசிரியர்களின் வயதுகளையும் காண்க.

தீர்வு

$$\text{சராசரி} = \frac{\text{ஆசிரியர்களின் மொத்த வயது}}{\text{ஆசிரியர்களின் எண்ணிக்கை}}$$

$$42 = \frac{35+42+48+x+(x+8)+40+43+50+46+50+37+32+38+41+40}{15}$$

$$\frac{550+2x}{15} = 42$$

$$550 + 2x = 42 \times 15$$

$$= 630$$

$$2x = 630 - 550$$

$$2x = 80$$

$$x = \frac{80}{2}$$

$$x = 40$$

ஆகவே, (x) என்ற ஆசிரியரின் வயது 40 மற்றும் $(x + 8)$ என்ற ஆசிரியரின் வயது 48 (40 + 8) ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.3 பின்வரும் எண்களின் சராசரி 38 என்றால், x இன் மதிப்பைக் கண்டறியவும்? 48, x, 37, 38, 36, 27, 35, 34, 38, 49, 33.

தீர்வு

$$\text{சராசரி} = \frac{\text{எண்களின் கூடுதல்}}{\text{எண்களின் எண்ணிக்கை}}$$

$$38 = \frac{48+x+37+38+36+27+35+34+38+49+33}{11}$$

$$38 = \frac{375+x}{11}$$

$$38 \times 11 = 375 + x$$

$$418 = 375 + x$$

$x = 418 - 375$

$x = 43$

எனவே, x இன் மதிப்பு 43 ஆகும்.

சிந்திக்க

கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள எடுத்துக்காட்டுக்குச் சராசரியின் பண்புகளைச் சரிபார்க்கவும்.

X	3	6	9	12	15

(i) சராசரியுடன் 2 ஐக் கூட்டினால், தனிப்பட்ட மதிப்புகளில் என்ன நிகழும்.

(ii) முதல் இரண்டு மதிப்புகளில் 3 ஐக் கூட்டியும் கடைசி இரண்டு மதிப்புகளில் 3 ஐக் குறைத்தால், புதிய சராசரி என்னவாக இருக்கும்?

சில ஆச்சரியமான சராசரிகள் இங்கே!

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

1. சராசரியாக, ஒருவர் நிமிடத்திற்கு 17 முறை கண் சிமிட்டுகிறார். அதாவது வருடத்திற்கு 5.2 மில்லியன் முறை.
2. ஒரு மனிதன் ஆண்டுக்குச் சராசரியாகச் சுமார் 1460 கனவுகள் காண்கிறான். அதாவது, ஓர் இரவுக்குச் சுமார் 4 கனவுகள்.
3. ஒரு G2 நட்சத்திரத்தின் சராசரி வாழ்க்கையின் அடிப்படையில் சூரியனின் தற்போதைய வயது 4.5 பில்லியன் ஆண்டுகள் என மதிப்பிடப்பட்டுள்ளது.

பயிற்சி 5.1

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்பவும்.
   (i) முதல் 10 இயல் எண்களின் சராசரி _____.
   (ii) 15 புத்தகங்களின் சராசரி விற்பனை விலை ₹ 235 எனில், மொத்த விற்பனை விலை _____ ஆகும்.
   (iii) 2, 9, 5, 4, 4, 8, 10 ஆகிய மதிப்பெண்களின் சராசரியானது _____.
   (iv) முழுக்களான −10 இக்கும் 10 இக்கும் இடையேயுள்ள எண்களின் சராசரி _____ ஆகும்.
2. 8 ஆம் வகுப்பிலுள்ள 15 மாணவர்களின் வயது 13, 12, 13, 14, 12, 13, 13, 14, 12, 13, 13, 14, 13, 12, 14 எனில், அம்மாணவர்களின் சராசரி வயதைக் கண்டறியவும்.
3. அறிவியல் தேர்வில் 14 மாணவர்களின் மதிப்பெண்கள் (50 மதிப்பெண்களுக்கு) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவை, 34, 23, 10, 45, 44, 47, 35, 37, 41, 30, 28, 32, 45, 39 எனில்,
   (i) சராசரி மதிப்பெண்ணைக் காண்க.
   (ii) அதிகபட்ச மதிப்பெண்ணைக் காண்க.
   (iii) குறைந்தபட்ச மதிப்பெண்ணைக் காண்க.

4. ஒரு குழுவில் உள்ள 11 மாணவர்களின் சராசரி உயரம் 150 செ.மீ. அம்மாணவர்களின் உயரங்கள் 154 செ.மீ, 145 செ.மீ, Y செ.மீ, Y+4 செ.மீ, 160 செ.மீ, 151 செ.மீ, 149 செ.மீ, 149 செ.மீ, 150 செ.மீ, 144 செ.மீ, மற்றும் 140 செ.மீ எனில், Y இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடித்து, இரண்டு மாணவர்களின் உயரத்தைக் காண்க.

5. ஒரு கிரிக்கெட் அணி கடைசி 10 போட்டிகளில் பெற்ற ஓட்டங்களின் சராசரி 276 ஆகும். அந்த ஓட்டங்கள் 235, 400, 351, x, 100, 315, 410, 165, 260 மற்றும் 284 எனில், அந்த அணி 4வது போட்டியில் பெற்ற ஓட்டங்களைக் கண்டுபிடி?

6. பின்வரும் தரவுகளின் சராசரியைக் காணவும்
5.1, 4.8, 4.3, 4.5, 5.1, 4.7, 4.5, 5.2, 5.4, 5.8, 4.3, 5.6, 5.2, 5.5

7. 10 மதிப்புகளின் கூட்டுச் சராசரி 22 எனக் கண்டறியப்பட்டது. மேலும் ஒரு புதிய மதிப்பு 44 ஐ அந்த மதிப்புகளுடன் சேர்த்தால், புதிய சராசரி என்னவாக இருக்கும்?

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

8. _____ என்பது முழுத் தரவின் பிரதிநிதித்துவ மதிப்பு.

(i) சராசரி (ii) வீச்சு (iii) குறைந்தபட்ச மதிப்பு (iv) அதிகபட்ச மதிப்பு

9. முதல் 15 இரட்டை எண்களின் சராசரி _____

(i) 4 (ii) 16 (iii) 5 (iv) 10

10. இரண்டு எண்களின் சராசரி 20. அவற்றுள் ஒரு எண் 24 எனில், மற்றொரு எண் _____

(i) 16 (ii) 26 (iii) 20 (iv) 40

11. தரவுகள் 12, x, 28 ஆகிய தரவுகளின் சராசரி 18 எனில், x இன் மதிப்பைக் காண்க.

(i) 18 (ii) 16 (iii) 14 (iv) 22

5.6 முகடு

கூட்டுச் சராசரி என்பது தரவுகளின் மையப்போக்கின் பிரதிநிதித்துவ மதிப்பு அல்லது மையப்போக்கு அளவீடுகளில் ஒன்றாகும் என்பதை நாம் முன்பு விவாதித்தோம். தரவுகள் மற்றும் அதன் நோக்கத்தைப் பொறுத்து மையப்போக்கின் பிற அளவீட்டு முறைகளும் பயன்படுத்தப்படலாம். உதாரணமாக, ஒரு வாரத்திற்கு ஒரு கடையில் வெவ்வேறு அளவிலான காலணிகளின் விற்பனை விவரங்களைக் கவனியுங்கள்

காலணிகளின் அளவு	5"	6"	7"	8"	9"	10"	11"
விற்கப்பட்ட காலணிச்சோடிகளின் எண்ணிக்கை	20	35	16	65	32	25	10

கடைக்காரர் வார இறுதியில் தன்னிடமுள்ள இருப்பு விவரங்களைக் கணக்கிடவேண்டும். விற்கப்பட்ட காலணிகளின் எண்ணிக்கையைக் கூட்டுச் சராசரியைக் கொண்டு கண்டுபிடிப்பதாக வைத்துக்கொள்வோம்.

$$\text{சராசரி} = \frac{20+35+16+65+32+25+10}{7} = \frac{203}{7} = 29.$$

இங்கே காலணிகளின் சராசரி எண்ணிக்கை 29 எனக் கணக்கிட்டுள்ளோம். இதன் பொருள் கடைக்காரர் ஒவ்வொரு அளவிலும் 29 சோடி காலணிகளைப் பெறவேண்டும். இப்படி முடிவெடுப்பது புத்திசாலித்தனமா?

அதிகபட்சமாக வாங்கவேண்டிய காலணிகளின் அளவு 8 அங்குலத்தில்தான் உள்ளது என்பதைக் கவனிக்க வேண்டும். எனவே, கடைக்காரர் 8 அங்குல அளவுள்ள காலணிகளை அதிக அளவில் பெறவேண்டும். எனவே கூட்டுச் சராசரியானது இந்த நோக்கத்திற்குப் பொருந்தாது. இங்கே நமக்கு 'முகடு' எனப்படும் தரவின் மற்றொரு வகையான பிரதிநிதித்துவ மதிப்பீடு தேவைப்படுகிறது.

'முகடு' என்பது அதிகபட்ச எண்ணிக்கையில் நிகழும் தரவுகளின் மதிப்பாகும்.

மற்றொரு உதாரணத்தைக் கவனிக்கவும்,

ஒரு கடைக்காரர் தேவைக்கேற்ப இருப்பு விவரங்களைத் திட்டமிட ரெடிமேட் (ஆயத்த) சட்டைகளின் விற்பனையைக் கூர்ந்து ஆய்வு செய்கிறார். விற்பனையான ரெடிமேட் (ஆயத்த) சட்டைகளின் விவரங்கள் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. .

அளவு	28"	30"	32"	34"	36"
விற்பனையான சட்டைகளின் எண்ணிக்கை	20	35	22	35	15

சட்டைகளின் அளவுகளான 30" மற்றும் 34" ஆகியவைகளுக்குச் சமமான தேவை இருப்பதை இங்கே அவர் கவனிக்கிறார். இப்போது இத்தரவுகள் இரண்டு முகடுகளைக் கொண்டுள்ளன. ஏனெனில், இத்தரவுகளில் இரண்டு அதிகபட்ச நிகழ்வுகள் உள்ளன. இந்த இரண்டு அளவுகளான 30" மற்றும் 34" ரெடிமேட் (ஆயத்த) சட்டைகளை அவர் இருப்பில் வைத்துக்கொள்ள ஆயத்தப்படுகிறார். இந்தத் தரவு இரண்டு முகடுகளைக் கொண்டுள்ளது என்பதை நினைவில் கொள்க. எனவே, இது இருமுகடுகளின் தரவு என்று அழைக்கப்படுகிறது.

முயன்று பார்

(1) பின்வரும் தரவுகளைக் கொண்டு முகடு காண்க.

2, 6, 5, 3, 0, 3, 4, 3, 2, 4, 5, 2

(2) பின்வரும் தரவுகளின் முகடு காண்க.

3, 12, 15, 3, 4, 12, 11, 3, 12, 9, 19

(3) 20 க்குள் உள்ள இரட்டை எண்களின் முகடு காண்க.

எடுத்துக்காட்டு 5.4 கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் முகடு காண்க.

5, 7, 10, 12, 4, 5, 3, 10, 3, 4, 5, 7, 9, 10, 5, 12, 16, 20, 5

தீர்வு

எந்த மதிப்பையும் விட்டுவிடாமல் எண்களை ஏறு வரிசையில் அமைக்கவும். நமக்குப் பின்வருமாறு எண்கள் கிடைக்கும்.

3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 7, 7, 9, 10, 10, 10, 12, 12, 16, 20

இந்தத் தரவுகளின் முகடு 5 ஆகும். ஏனெனில் இது மற்ற தரவுகளை விட அதிக எண்ணிக்கையில் நிகழ்கிறது.

குறிப்பு

'முகடு' கண்டுபிடிக்கக் கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளை ஏறுவரிசையில் அமைப்பது கட்டாயமில்லை. 'முகடு' காணுவதற்கு ஒவ்வொரு மதிப்பையும் கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ளப்படுவதை உறுதிப்படுத்த உதவுவதோடு முகடின் மதிப்பை எளிதில் அடையாளம் காணவும் இது உதவுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 5.5 ஒரு தேர்வில் ஒரு வகுப்பிலுள்ள 11 மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன 23, 2, 15, 38, 21, 19, 23, 23, 26, 34, 23. இம்மதிப்பெண்களின் முகடு காண்க.

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்ட மதிப்பெண்களை ஏறுவரிசையில் அமைத்தால், நமக்குப் பின்வருமாறு எண்கள் கிடைக்கும்.

2, 15, 19, 21, 23, 23, 23, 23, 26, 34, 38.

இங்கு தெளிவாக, 23 என்பதே அதிகபட்ச எண்ணிக்கையில் நிகழ்கிறது. எனவே, மதிப்பெண்களின் முகடு 23 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.6 பின்வரும் தரவுகளின் முகடு காண்க. 123, 132, 145, 176, 180, 120

தீர்வு

கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளிலிருந்து எந்தவொரு மதிப்பும் மீண்டும் மீண்டும் வரவில்லை என்பதைக் காணலாம். இங்கு ஒவ்வொரு மதிப்பும் ஒரு முறை மட்டுமே உள்ளது. எனவே, இதில் முகடே இல்லை.

குறிப்பு

ஒவ்வொரு மதிப்பும் ஒரு முறை மட்டுமே நிகழ்ந்தால், அந்த தரவுகளுக்கு எந்த முகடும் இல்லை.

சிந்திக்க

1. குழந்தைகளுக்காகப் பலவிதமான பொம்மைகளை உருவாக்கும் ஒரு பொம்மை தொழிற்சாலை, எல்லாக் குழந்தைகளும் விரும்பக்கூடிய மிகப் பிரபலமான பொம்மையை அறிய விரும்புகிறது. எந்தச் சராசரி அதற்கு மிகவும் பொருத்தமானதாக இருக்கும்?
2. 20 இக்கும் 40 இக்கும் இடையிலுள்ள ஒற்றை எண்களில் ஏதேனும் முகடு உள்ளதா? விவாதிக்க.

5.6.1 அதிகமான தரவுகளின் முகடு

தரவுகளின் எண்ணிக்கை அதிகமாக இருக்கும்போது நிகழும் மதிப்பை அடையாளம் காண்பது எளிதானதல்ல. அவ்வாறான நிலையில், நேர்க்கோட்டுக் குறிகளைப் பயன்படுத்தித் தரவுகளைக் குழுக்களாகப் பிரித்துப் பின்னர் முகடைக் கண்டுபிடிக்கலாம்.

25 போட்டிகளில் ஒரு கால்பந்து அணி அடித்த கோல்களின் எண்ணிக்கையை எடுத்துக்கொள்க. அவ்வணி அடித்த கோல்கள் ஆனது, 1, 3, 2, 5, 4, 6, 2, 2, 2, 4, 6, 4, 3, 2, 1, 1, 4, 5, 3, 2, 2, 4, 3, 0, 1 ஆக இருக்கிறது.

இந்தத் தரவுகளின் முகடைக் காண்பதற்கு, அடித்த கோல்களின் எண்ணிக்கையை அட்டவணையில் குறிக்கவும். கோல்களின் எண்ணிக்கை 0 வில் ஆரம்பித்து அதிகபட்சமாக 6 இல் முடிவடைகிறது.

கோல்களின் எண்ணிக்கை	நேர்க்கோட்டுக் குறிகள்	நிகழ்வெண்
0	I	1
1	IIII	4
2	𝍸 II	7
3	IIII	4
4	𝍸	5
5	II	2
6	II	2
	மொத்தம்	25

அட்டவணையிலிருந்து, நாம் கவனிப்பது, 2 கோல்கள் அதிகபட்சமாக இருமுறை நிகழ்கிறது என்பதை அறியலாம். இதில் அதிகபட்ச நிகழ்வெண்ணான 7 உடன் ஒத்த மதிப்பு 2 ஆகும். எனவே முகடு 2 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.7 பின்வரும் தரவுகளின் முகடைக் காண்க. 14, 15, 12, 14, 16, 15, 17, 13, 16, 16, 15, 12, 16, 15, 13, 14, 15, 13, 15, 17, 15, 14, 18, 19, 12, 14, 15, 16, 15, 16, 13, 12.

தீர்வு

நாம் தரவுகளைப் பின்வருமாறு அட்டவணைப்படுத்துவோம்.

மொத்தத் தரவுகளும் 12 முதல் 19 வரை இருக்கிறது.

மதிப்புகள்	நேர்க்கோட்டுக் குறிகள்	நிகழ்வெண்
12	IIII	4
13	IIII	4
14	𝍸	5
15	𝍸 IIII	9
16	𝍸 I	6
17	II	2
18	I	1
19	I	1
	மொத்தம்	32

அதிக பட்ச நிகழ்வெண்ணான 9 ஆனது 15 என்ற மதிப்புடன் ஒத்திருக்கிறது. எனவே, இந்தத் தரவுகளின் முகடு 15 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.8 மாணவர்கள் படிப்பதற்காக எத்தனை மணிநேரம் எடுத்துக்கொண்டனர் என்பதைப் பின்வரும் தரவுகள் காட்டுகிறது.

படிப்பதற்கான காலம் (மணியில்)	1	2	3	4	5	6
மாணவர்கள் எண்ணிக்கை	4	2	1	2	1	0

முகடு காண்க.

தீர்வு

அதிகபட்சமாகப் படிக்கும் நேரத்தை 4 மாணவர்கள் ஒரு மணி நேரமாக எடுத்துக் கொண்டதால், இத்தரவின் முகடு 1 மணி நேரம் ஆகும்.

சிந்திக்க

பின்வரும் பொருள்களை உற்பத்திசெய்யும் நிறுவனங்களுக்கு எந்தச் சராசரி பொருத்தமானதாக இருக்கும்? ஏன்?

(i) நாட்குறிப்பேடுகளும் குறிப்பேடுகளும். (ii) பள்ளிப் பைகள்.
(iii) கால்சட்டைகள் மற்றும் மேல்சட்டைகள்.

பயிற்சி 5.2

1. பின்வரும் தரவுகளின் முகடு காண்க. 2, 4, 5, 2, 6, 7, 2, 7, 5, 4, 8, 6, 1, 0, 3, 2, 4, 2
2. ஒரு கபடி அணி 20 பந்தயங்களில் எடுத்த புள்ளிகள், பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. 36, 35, 27, 28, 29, 31, 32, 31, 35, 38, 38, 31, 28, 31, 34, 33, 34, 31, 30, 29. அந்த அணி எடுத்த புள்ளிகளின் முகடு காண்க.
3. 11 கிரிக்கெட் வீரர்களின் வயது (ஆண்டுகளில்) கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. 25, 36, 39, 38, 40, 36, 25, 25, 38, 26, 36 அவர்களுடைய வயதுகளின் முகடினைக் கண்டுபிடிக்கவும்.
4. பின்வரும் தரவுகளின் முகடு காண்க. 12, 14, 12, 16, 15, 13, 14, 18, 19, 12, 14, 15, 16, 15, 16, 16, 15, 17, 13, 16, 16, 15, 15, 13, 15, 17, 15, 14, 15, 13, 15, 14.

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

5. ஆறு மாணவர்கள் வரைவதற்காகப் பயன்படுத்தும் வண்ணங்கள் முறையே நீலம், ஆரஞ்சு, மஞ்சள், வெள்ளை, பச்சை மற்றும் நீலம் எனில், இவற்றின் முகடு _____ ஆகும்.
   (i) நீலம் (ii) பச்சை (iii) வெள்ளை (iv) மஞ்சள்
6. 3, 6, 9, 12, 15 பின்வரும் தரவுகளின் முகடு _____ ஆகும்.
   (i) 1 (ii) 2 (iii) 3 (iv) முகடு இல்லை
7. 2, 1, 1, 3, 4, 5, 2 பின்வரும் தரவுகளின் முகடுகள் _____ மற்றும் _____ ஆகும்.
   (i) 1 மற்றும் 5 (ii) 2 மற்றும் 3 (iii) 2 மற்றும் 1 (iv) 1 மற்றும் 4

5.7 இடைநிலை (இடைநிலையளவு)

கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளில் பிரதிநிதித்துவ மதிப்புகளின் சராசரியையும் முகடையும் கொண்டிருக்கும் சூழ்நிலைகளை நாம் விவாதித்தோம். இவை தவிர வேறெந்த மாற்றுப் பிரதிநிதித்துவ மதிப்பையும் அல்லது மையப்போக்கு அளவைகளைப் பற்றியும் சிந்திக்கலாம்? இதற்காகப் பின்வரும் சூழ்நிலையைக் கருத்தில் கொள்வோம்.

தடகளப் போட்டிகளுக்காகத் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 15 மாணவர்கள் அடங்கிய குழுவுக்கு நிதியுதவி வழங்கப் பள்ளியின் பழைய மாணவி ராஜம் என்பவர் விரும்பினார். அவர்களது குடும்ப வருமானத்தின் அடிப்படையில் அவர்களுக்கு உதவ விரும்பினார். அந்த 15 குடும்பங்களின் மாத வருமானம் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

₹3300, ₹5000, ₹4000, ₹4200, ₹3500, ₹4500, ₹3200, ₹3200, ₹4100, ₹4000, ₹4300, ₹3000, ₹3200, ₹4500, ₹4100.

ராஜம், மாணவர்களின் குடும்ப வருமானத்திற்கு ஏற்றவாறு ஒரு தொகையைக் கொடுக்க விரும்புகிறார்.

சராசரியைக் கணக்கிட்டால், நமக்குக் கிடைப்பது.

$$\text{கூட்டுச்சராசரி} = \frac{\text{மதிப்புகளின் கூடுதல்}}{15}$$

$$= \frac{\left\{\begin{matrix}3300+5000+4000+4200+3500+4500+3200\\+3200+4100+4000+4300+3000+3200+4500+4100\end{matrix}\right\}}{15}$$

$$= \frac{58100}{15} = 3873.3$$

₹3873.3 என்ற தொகையை மாணவர்கள் அனைவருக்கும், அவர்களுடைய குடும்ப வருமானத்தைப் பொருட்படுத்தாது வழங்க முடியுமா? இங்கே ₹3873.3 என்பது பொருத்தமான பிரதிநிதித்துவத் தொகையா? இல்லை, இது இங்கே பொருந்தாது. ஏனெனில், குடும்ப வருமானம் ₹3000 ஐக் கொண்ட ஒரு மாணவரும் குடும்ப வருமானம் ₹5000 ஐக் கொண்ட ஒரு மாணவரும் ஒரே தொகையைப் பெறுவார்கள். கூட்டுச் சராசரியான இந்தப் பிரதிநிதித்துவ அளவு இங்கே பொருந்தவில்லை.

இப்பொழுது, முகடைக் கண்டுபிடிப்போம்.

மதிப்புகள்	நேர்க்கோட்டுக் குறிகள்	நிகழ்வெண்
3000	|	1
3200	|||	3
3300	|	1
3500	|	1
4000	||	2
4100	||	2
4200	|	1
4300	|	1
4500	||	2
5000	|	1

இங்கே முகடானது 3200 ஆகும். இதன் பொருள் குடும்ப வருமானம் ₹3200 கொண்ட மாணவர்கள் அதிகம் உள்ளனர். ஆகவே இது நமது நோக்கத்திற்குப் பொருந்தாது.

எனவே, முகடும் பொருத்தமானதல்ல. அப்பொழுது இந்த இரண்டு பிரதிநிதித்துவ மதிப்புகளைத் தவிர, வேறு பிரிதிநிதித்துவ மதிப்புகள் உள்ளதா? ஆம், உள்ளது. இப்பொழுது, தரவை இரண்டு பகுதிகளாகப் பிரிக்கும் மற்றொரு குறிப்பிடத்தக்க மதிப்பைப் பார்ப்போம். முதலில் தரவுகளை ஏறுவரிசையில் பின்வருமாறு அமைக்க வேண்டும்.

அதாவது 3000, 3200, 3200, 3200, 3300, 3500, 4000, 4000, 4100, 4100, 4200, 4300, 4500, 4500, 5000.

வருமானத்தை ஏறுவரிசையில் அமைத்தபிறகு, ராஜம் அவர்கள், 8 வது மதிப்பான ₹4000 இத்தரவுகளை இரண்டு பகுதிகளாகப் பிரிப்பதைக் காண்கிறார். ஒவ்வொரு மாணவருக்கும்

வழங்கக்கூடிய நிதி உதவியின் அளவைத் தீர்மானிக்க இது உதவுகிறது. 4000 என்ற எண் இந்தத் தரவுகளின் நடுநிலையான மதிப்பு என்பதை நினைவில் கொள்ளவேண்டும்.

தரவுகளில் நடுநிலையான மதிப்பைத் தேர்ந்தெடுப்பதன் மூலம் பெறப்படும் இந்த வகையான பிரதிநிதித்துவ மதிப்பு இடைநிலையளவு என அழைக்கப்படுகிறது.

இவ்வாறு கொடுக்கப்பட்ட தரவுகள், ஏறுவரிசையிலோ அல்லது இறக்குவரிசையிலோ அமைக்கப்பட்டிருந்தால், இடைநிலையளவு என்பது நமக்கு நடுநிலை மதிப்பை அளிக்கிறது.

தரவுகள் 13, 14, 15, 16, 17 மற்றும் 18 ஆகிய மதிப்புகளான, இருபடை எண்ணிக்கையைக் கொண்டிருக்கும் மற்றொரு எடுத்துக்காட்டைக் கவனியுங்கள். இவற்றின் இடைநிலையளவை எவ்வாறு கண்டுபிடிப்பது? இங்கே மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை 6 ஆகும். அது ஓர் இரட்டை எண் ஆகும். எனவே, இங்கே நடுநிலை மதிப்புகளாக 3 ஆவது மற்றும் 4 ஆவது என்ற இரண்டு மதிப்புகள் உள்ளன. ஆகவே, இங்கு 3 ஆவது மற்றும் 4 ஆவது ஆகிய இரண்டு மதிப்புகளின் சராசரியை இடைநிலையாக எடுத்துக்கொள்கிறோம்.

அதாவது, இடைநிலை $= = \frac{1}{2}\left\{3 \text{ ஆவது மதிப்பு} + 4 \text{ ஆவது மதிப்பு}\right\}$

$$= \frac{1}{2}\left\{15 + 16\right\}$$

$$= \frac{15+16}{2} = \frac{31}{2} = 15.5$$

இங்கே, இடைநிலையளவைக் கண்டுபிடிக்கக் கொடுக்கப்பட்ட தரவின் மதிப்புகளை ஏறுவரிசையிலோ அல்லது இறங்குவரிசையிலோ அமைப்போம். பின்னர், இரண்டு நடுத்தர மதிப்புகளின் சராசரியைக் கண்டறியவும். எனவே, இடைநிலையளவைக் கண்டுபிடிக்க,

i) தரவுகளை ஏறுவரிசையிலோ அல்லது இறங்குவரிசையிலோ அமைக்க வேண்டும்.

ii) மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை (n) ஆனது ஒற்றை (உறுப்பு) எண்ணாக இருந்தால், பின்னர் $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பானது இடைநிலையளவு ஆகும்.

iii) உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை (n) ஆனது இரட்டை எண்ணாக இருந்தால் $\left(\frac{n}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பு மற்றும் $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ ஆவது உறுப்புகளின் சராசரியே அவற்றின் இடைநிலையளவாகும்.

முயன்று பார்

1. 3, 8, 7, 8, 4, 5, 6 ஆகிய தரவுகளின் நடுநிலையளவைக் காண்க.
2. 11, 14, 10, 9, 14, 11, 12, 6, 7, 7 ஆகிய தரவுகளின் நடுநிலையளவைக் காண்க.

செயல்பாடு

6 முதல் 7 மாணவர்களைக் கொண்ட குழுவை உருவாக்கி, உங்கள் வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களுடைய எடையின் தரவைச் சேகரிக்கவும். ஒவ்வொரு குழுவிலும் கூட்டுச்சராசரி, இடைநிலையளவு மற்றும் முகடைக் காண்க. மேலும், குழுக்களிடையே சராசரியை ஒப்பிடுங்கள். அவை, எல்லாக் குழுக்களுக்கும் ஒரே மாதிரி இருக்குமா?

மேலும் முழு வகுப்பிற்கான மூன்று சராசரிகளையும் கண்டறிக. இப்போது, ஒவ்வொரு குழுக்களின் சராசரியுடன் முடிவுகளை ஒப்பிடவும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.9 பின்வரும் கோல்ஃப் விளையாட்டின் (தரவுகள்) புள்ளிகளின் (மதிப்பெண்கள்) இடைநிலையளவைக் கண்டறியவும். 68, 79, 78, 65, 75, 70, 73.

தீர்வு

கோல்ஃப் புள்ளிகளை ஏறுவரிசையில் அமைக்கவும், 65, 68, 70, 73, 75, 78, 79.

இங்கே $n=7$, இது ஒற்றைப்படை எண்.

எனவே, இடைநிலையளவு $= \left(\frac{n+1}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பு

$= \left(\frac{7+1}{2}\right)$ ஆவது மதிப்பு

$= \left(\frac{8}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பு

= 4 ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

= 73

எனவே, இடைநிலையளவு 73 ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.10 10 மாணவர்களின் எடைகள் (கிலோவில்) பின்வருமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. 35, 42, 40, 38, 25, 32, 29, 45, 20, 24. அவர்களுடைய எடையின் இடைநிலையளவைக் கண்டறியவும்.

தீர்வு

பின்வருவனவற்றை ஏறுவரிசையில் அமைக்கவும்.

20, 24, 25, 29, 32, 35, 38, 40, 42, 45.

இங்கே, n=10 இது இரட்டைப்படை எண்.

எனவே, இடைநிலை எடை $= \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{n}{2}\right)\text{ ஆவது உறுப்பு} + \left(\frac{n}{2}+1\right)\text{ஆவது உறுப்பு}\right\}$

$= \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{10}{2}\right)\text{ ஆவது உறுப்பு} + \left(\frac{10}{2}+1\right)\text{ ஆவது உறுப்பு}\right\}$

$= \frac{1}{2}\left\{5\text{ ஆவது உறுப்பு} + 6\text{ ஆவது உறுப்பு}\right\}$

$= \frac{1}{2}\{32+35\}$ கி.கி $= \frac{67}{2} = 33.5$ கி.கி

எனவே, இடைநிலை எடை 33.5 கி.கி ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 5.11 இடைநிலையளவு 16 உள்ளவாறு 12 மதிப்புகளைக் கொண்டத் தொகுப்பை உருவாக்கவும்.

தீர்வு

மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை இரட்டை எண்ணாக இருப்பதால், இரண்டு நடுத்தர மதிப்புகள் இருக்கும். அந்த மதிப்புகளின் சராசரி 16 ஆக இருக்க வேண்டும் என்பது கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

சராசரி 16 ஆக இருக்கும். அந்தச் சோடி எண்களை இப்போது கண்டுபிடிப்போம். அது 14 மற்றும் 18 என்று கூறலாம். இப்போது இடைநிலையளவு 16 ஆக உள்ள தரவுகளுக்கான எடுத்துக்காட்டு 2, 4, 7, 9, 12, 14, 18, 24, 28, 30, 45, 62 ஆக இருக்கலாம்.

குறிப்பு

இந்தக் கேள்விக்கு ஒன்றுக்கும் மேற்ப்பட்ட பதில்களைக் காணலம்

எடுத்துக்காட்டு 5.12 11 வகையான எல்ஈடி பல்புகளின் ஆயுட்காலம் (வாழ்நாள்) நாட்களில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

365, 547, 730, 1095, 547, 912, 365, 1460, 1825, 1500, 2000. எல்ஈடி பல்புகளின் இடைநிலை ஆயுட்காலத்தைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

தீர்வு

தரவை ஏறுவரிசையில் அமைக்கவும் 365, 365, 547, 547, 730, 912, 1095, 1460, 1500, 1825, 2000. மதிப்புகளின் (உறுப்புகளின்) எண்ணிக்கை 11 ஆகும். இது ஒற்றைப்படை எண்.

எனவே இடைநிலையளவு ஆனது $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பு ஆகும்.

$=\left(\frac{11+1}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பு

=6 ஆவது உறுப்பு

எனவே, இடைநிலையளவானது 912 ஆகும்.

எல்ஈடி விளக்கின் இடைநிலை ஆயுட்காலம் 912 நாட்கள்.

எடுத்துக்காட்டு 5.13 பின்வரும் தரவுகளின் நடுநிலையளவைக் கண்டறியவும்

12, 7, 23, 14, 19, 10, 5, 26.

தீர்வு

தரவுகளை ஏறுவரிசையில் அமைக்கவும்

5, 7, 10, 12, 14, 19, 23, 26

இங்கே, $n = 8$, இது ஒரு இரட்டைப்படை எண்.

எனவே, இடைநிலை $= \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{8}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பு $+\left(\frac{8}{2}+1\right)$ ஆவது உறுப்பு $\right\}$

$= \frac{1}{2}\left\{4\text{ஆவது உறுப்பு} + 5\text{ஆவது உறுப்பு}\right\}$

$= \frac{1}{2}\{12+14\}$

$= \frac{26}{2} = 13$

எனவே, இடைநிலையளவு 13 ஆகும்

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பூர்த்திசெய்து பின்வரும் கேள்விகளுக்கு பதிலளிக்கவும்.

தொடர்கள்	மதிப்புகள்	சராசரி	இடைநிலை
A	99,100,101		
B	90,100,110		
C	50,100,150		
D	99,100,200		

(i) அனைத்துத் தொடர்களுக்கும் பொதுவான சராசரி மற்றும் இடைநிலையளவு கொண்டத் தொடர்கள் யாவை?

(ii) 4 தொடர்களுக்கும் இடைநிலையளவு ஏன் ஒரே மாதிரியாக இருக்கிறது?

(iii) A,B மற்றும் C ஆகிய தொடர்களில் எப்படிச் சராசரி மாறாமல் உள்ளது.

(iv) தரவில் என்ன மாற்றம் செய்தால் D என்ற தொடரின் சராசரியும் இடைநிலையளவும் மற்ற தொடர்களுக்குச் சமமாகும்.

பயிற்சி 5.3

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

(i) தரவுகள் 12, 14, 23, 25, 34, 11, 42, 45, 32, 22, 44 ஆகியவற்றின் இடைநிலையளவு _____.

(ii) முதல் 10 இரட்டைப்படை இயல் எண்களின் இடைநிலையளவு _____.

2. கொடுக்கப்பட்டத் தரவின் இடைநிலையைக் கண்டறியவும்.

35, 25, 34, 36, 45, 18, 28.

3. ஒரு இருசக்கர வாகனம் விற்பனை செய்யும் கடையின் வாராந்திர விற்பனையானது, கடந்த 14 வாரங்களுக்குக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

10, 6, 8, 3, 5, 6, 4, 7, 12, 13, 16, 10, 4, 7

இத்தரவின் இடைநிலையளவைக் காண்க.

4. 36, 33, 45, 28, 39, 45, 54, 23, 56, 25 ஆகிய 10 மதிப்புகளின் இடைநிலையளவைக் கண்டறியவும். மேற்கண்ட தரவுகளில் மற்றொரு மதிப்பு 35 சேர்க்கப்பட்டால் புதிய இடைநிலையளவு என்னவாக இருக்கும்?

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

5. a, 2a, 4a, 6a, 9a இன் இடைநிலை 8 என்றால், '*a*' இன் மதிப்பு காண்க.

(i) 8 (ii) 6 (iii) 2 (iv) 10

6. தரவுகள் 24, 29, 34, 38, 35 மற்றும் 30 இன் இடைநிலையளவு _____.

(i) 29 (ii) 30 (iii) 34 (iv) 32

7. முதல் 6 ஒற்றைப்படை இயல் எண்களின் இடைநிலையளவு _____.

(i) 6 (ii) 7 (iii) 8 (iv) 14

பயிற்சி 5.4

பலவகைத் திறனறி பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. 15 மதிப்புகளின் கூட்டுச்சராசரி 85 எனக் கணக்கிடப்பட்டது. அவ்வாறு செய்யும்போது ஒரு மதிப்பு 28 இக்கு பதிலாக 73 என்று தவறாக எடுத்துக்கொள்ளப்பட்டது எனில், சரியான சராசரியைக் காண்க.
2. 25, 16, 15, 10, 8, 30 இன் இடைநிலையைக் காண்க.
3. 2, 5, 5, 1, 3, 2, 2, 1, 3, 5, 3 இன் முகடைக் காண்க.
4. சமூக அறிவியல் தேர்வில் 20 மதிப்பெண்களுக்கு மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்களின் சராசரியையும் இடைநிலையையும் பின்வரும் மதிப்பெண்களுக்குக் காண்க. 12, 10, 8, 18, 14, 16.
5. ஒரு கால்பந்து அணி அடித்த கோல்களின் எண்ணிக்கை கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. 2, 3, 2, 4, 6, 1, 3, 2, 4, 1, 6.
   இத்தரவுகளுக்கான முகடையும் இடைநிலையையும் காண்க.
6. 6, 11, 13, 12, 4, 2 இன் சராசரியையும் முகடையும் காண்க.

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

7. ஆறு மாணவர்களின் சராசரி மதிப்பெண்கள் 8 ஆகும். மேலும் ஒரு மாணவனின் மதிப்பெண்ணும் சேர்க்கப்பட்டு சராசரி இன்னும் 8 ஆக உள்ளது எனில், சேர்க்கப்பட்ட மாணவனின் மதிப்பெண்ணைக் காண்க.
8. பின்வரும் தரவுகளுக்கான சராசரி, முகடு மற்றும் இடைநிலையைக் காண்க. 22, 15, 10, 10, 24,21.
9. கொடுக்கப்பட்டத் தரவுகளின் இடைநிலையைக் காண்க. 14, -3, 0, -2, -8, 13, -1, 7
10. முதல் 10 பகா எண்கள் மற்றும் முதல் 10 பகு எண்களின் சராசரியைக் காண்க.

பாடச் சுருக்கம்

- நோக்கத்தின் அடிப்படையில், தரவுகளின் பிரதிநிதித்துவ மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கப் பொருத்தமான தரவுகளைச் சேகரித்து ஒழுங்கமைக்க வேண்டும்.
- தரவின் பிரதிநிதித்துவ மதிப்பானது மையப்போக்கு அளவு என அழைக்கப்படுகிறது.
- கூட்டுச்சராசரி என்பது தரவுகளில் மிகப் பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்படும் பிரதிநிதித்துவ மதிப்பு. இந்த மதிப்பானது பின்வரும் சூத்திரத்தாலும் கணக்கிடப்படுகிறது.

$$\text{கூட்டுச் சராசரி} = \frac{\text{மதிப்புகளின் கூடுதல்}}{\text{மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை}}$$

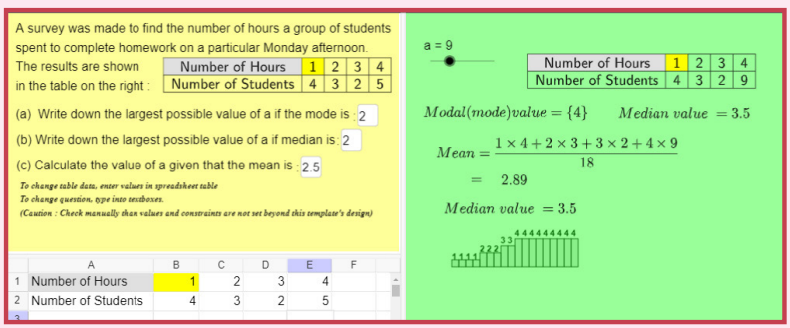
- முகடு என்பது அதிகபட்ச எண்ணிக்கையிலான தரவுகளின் மதிப்பு ஆகும்.
- தரவுகளில் ஒன்றுக்கும் மேற்பட்ட முகடுகள் இருக்கலாம். அதேபோல், முகடு இல்லாமலும் இருக்கலாம்.
- தரவுகள் பெரிய எண்ணிக்கையில் இருந்தால் முகடைக் கண்டுபிடிக்கத் தரவுகளை வரிசைப்படுத்த வேண்டும்.

- தரவுகளிலிருந்து இடைநிலையைக் கண்டுபிடிக்க
  (i) தரவுகளை ஏறுவரிசையிலோ அல்லது இறங்குவரிசையிலோ அமைக்கவும்.
  (ii) உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை (n) ஆனது ஒற்றைப்படை என்றால், பின்னர் $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ ஆவது உறுப்பானது இடைநிலை ஆகும்.
  (iii) உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை (n) இரட்டைப்படையாக இருந்தால், பின்னர் $\left(\frac{n}{2}\right), \left(\frac{n}{2}+1\right)$ ஆவது உறுப்புகளின் சராசரியானது இடைநிலையாகும்.

இணையச் செயல்பாடு

புள்ளியியல்

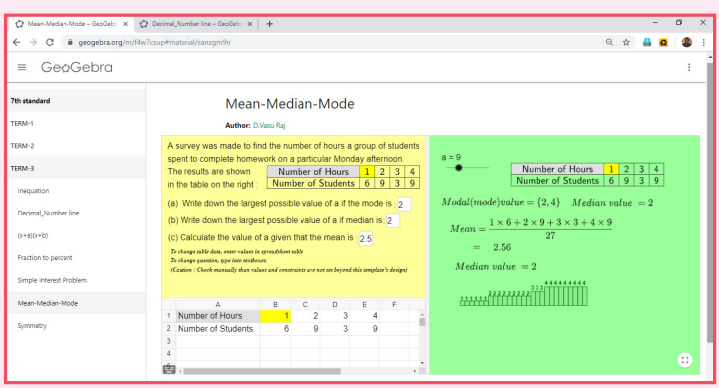
செயல்பாட்டின் இறுதியில் கிடைக்கப் பெறுவது



படி 1

கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள உரலியை தட்டச்சு செய்து அல்லது விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி இணையத்தினுள் நுழைந்த பின் ஜீயோ ஜீப்ரா என்னும் இணையப் பக்கத்தில் "கூட்டுச்சராசரி – இடைநிலை – முகடு (Mean – Median – Mode)" என்னும் பணித்தாள் திறக்கும். உங்களது எண்ணை தட்டச்சு செய்வதன் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை மாற்றம் பெறும். பின்னர் அந்த இணையப்பகத்தின் வலது புறத்தில் கூட்டுச்சராசரி, இடைநிலை மற்றும் முகடு ஆகியவற்றின் மதிப்பைக் காணலாம்.

படி 1



செயல்பாட்டின் உரலி

கூட்டுச்சராசரி – இடைநிலை –முகடு https://www.geogebra.org/m/f4w7csup#material/sanzgm9n

அல்லது விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்க.

WBXYS

அலகு

6

தகவல் செயலாக்கம்

60HDZ

கற்றல் நோக்கங்கள்

- கொடுக்கப்பட்ட கட்டுப்பாடுகளின் கீழ் பணிகளைத் திட்டமிடக் கற்று கொள்ளுதல்.
- செயல்வழிப் படத்தை உருவாக்குவதையும் அதன் பயன்களைக் குறித்தும் அறிந்து கொள்ளுதல்.

6.1 திட்டமிடல்

குறிப்பிட்ட பணிகளை வரிசைப்படுத்துவதும் அவற்றைச் செயல்படுத்தப் பல்வேறு வகைகளில் சாத்தியப்படக்கூடிய பொருத்தமான ஆதாரத் தரவுகளை ஒதுக்கீடு செய்வதும் **திட்டமிடல்** என்று அழைக்கப்படுகிறது. திட்டமிடுதல் என்பது தினசரி அல்லது வாராந்திரப் பணிகளைத் திட்டமிடுவது போன்ற குறுகிய காலத் திட்ட வரைவாகவும், பல மாதங்கள் அல்லது வருடங்களுக்கு நீடிக்கும் நீண்ட காலத் திட்டவரைவாகவும் இருக்கலாம்.

ஒரு திட்டமிடல் அட்டவணை என்பது சாத்தியமான பணிகள், நிகழ்வுகள் அல்லது கையாளப்படும் செயல்பாடுகள் போன்றவற்றின் கால வரிசையினை உள்ளடக்கிய பட்டியலாகும்.

சூழ்நிலை 1

இங்கு, பாலாவின் பள்ளியில் 2018 நவம்பர் மாதம் 15 மற்றும் 16 ஆகிய இரண்டு நாட்கள் நடைபெற்ற மண்டல அளவிலான விளையாட்டுச் சங்கம் நிகழ்ச்சி நிரல் தரப்பட்டுள்ளது. இதனைப் பயன்படுத்தி வருடாந்திர அறிக்கையைச் சமர்ப்பிக்க, கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள தலைப்புகளுக்கேற்ப, அட்டவணையைத் தயாரிக்கவும்.

வ. எண்	நிகழ்வுகள் நடைபெற்ற நாள்	நிகழ்வுகள் நடைபெற்ற நேரம்	நிகழ்வுகளின் பெயர்கள்	புகைப்படங்களின் தொகுப்பு

நிகழ்ச்சி நிரல்

15–11–2018

1. விளையாட்டு மைதானத்தைத் தயார்படுத்துதல் – காலை 8.00 மணி
2. தொடக்கவிழா – காலை 9.00 மணி
3. ஆசிரியரின் அறிவுறுத்தல்கள் – காலை 9.15 மணி
4. விளையாட்டுகளுக்கானப் பதிவு – காலை 9.30 மணி
5. குழு விளையாட்டுகளுக்கான ஒதுக்கீட்டு அறிக்கை – காலை 9.45 மணி
6. விளையாட்டு நிகழ்வுகளின் தொடக்கம் – காலை 10.00 மணி
7. உள்ளரங்க விளையாட்டுக்கள் – காலை 11.00 மணி
8. தனிநபர் நிகழ்வுகள் – மாலை 2.30 மணி

16–11–2018

9. குழு நிகழ்வுகள் – காலை 10.30 மணி
10. பரிசு வழங்குதல் – மாலை 4.30 மணி
11. நிறைவு விழா – மாலை 5.15 மணி
12. தேசிய கீதம் – மாலை 06.00 மணி

மண்டல அளவிலான விளையாட்டுகளின் சங்கம் 15.11.2018 & 16.11.2018				
வ. எண்	நிகழ்வுகள் நடைபெற்ற நாள்	நிகழ்வுகள் நடைபெற்ற நேரம்	நிகழ்வுகளின் பெயர்கள்	புகைப்படங்களின் தொகுப்பு
1	15.11.2018	காலை 8.00 மணி	விளையாட்டு மைதானத்தைத் தயார்படுத்துதல்	
2	15.11.2018	காலை 9.00 மணி	தொடக்கவிழா	
3	15.11.2018	காலை 9.15 மணி	ஆசிரியரின் அறிவுறுத்தல்கள்	

4	15.11.2018	காலை 9.30 மணி	விளையாட்டுகளுக்கானப் பதிவு	
5	15.11.2018	காலை 9.45 மணி	குழு விளையாட்டுகளுக்கான ஒதுக்கீடு அறிக்கை	
6	15.11.2018	காலை 10.00 மணி	விளையாட்டு நிகழ்வுகளின் தொடக்கம்	
7	15.11.2018	காலை 11.00 மணி	உள்ளரங்க விளையாட்டுகள்	
8	15.11.2018	மாலை 2.30 மணி	தனிநபர் நிகழ்வுகள்	
9	16.11.2018	காலை 10.30 மணி	குழு நிகழ்வுகள்	
10	16.11.2018	மாலை 4.30 மணி	பரிசு வழங்குதல்	
11	16.11.2018	மாலை 5.15 மணி	நிறைவு விழா	
11	16.11.2018	மாலை 06.00 மணி	தேசிய கீதம்	

உங்கள் பள்ளியிலிருந்து இன்பச் சுற்றுலாவுக்கு அழைத்துச் செல்ல உத்தேசித்து, அதற்கான அறிவிப்பையும் பெற்றோர் அனுமதி கடிதத்தையும் பெறுதல் குறித்து கீழே தரப்பட்டுள்ள கால அட்டவணையில் உங்கள் பள்ளியின் சூழலுக்கேற்ப சுற்றுலா செல்லும் இடம், தேதி மற்றும் நேரத்தை நிரப்பவும்.

கல்வி ஆண்டு

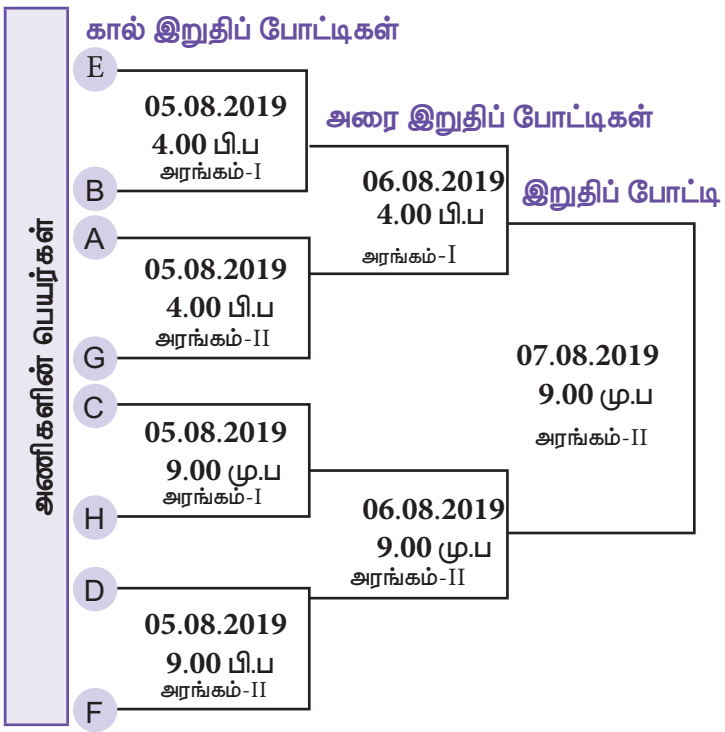
இன்பச் சுற்றுலா குறித்து கால அட்டவணை மற்றும் பெற்றோர் அனுமதிக் கடிதம் பெறுதல் விவரம்

வ.எண்	நிகழ்வுகள் குறித்த விவரம்	தேதி	நேரம்
1.	சுற்றுலா செல்வதற்கு முதல் நாள் பொறுப்பாசிரியர் மாணவர்களுக்கு அறிவுரை வழங்குதல்		
2.	பெற்றோர் அனுமதிக் கடிதம் பெறுதல்		
3.	சுற்றுலா செல்லும் மாணவர்கள் பெயர் பட்டியல் தயாரித்தல்		
4.	சுற்றுலா செல்வதற்கு முன் தலைமையாசிரியர் மாணவர்களுக்கு அறிவுரை வழங்குதல்		
5.	பேருந்து புறப்படும் நேரம்		
6.	முதல் இடத்திற்குச் சென்று சேரும் நேரம்		
7.	மதிய உணவு இடைவேளை		
8.	இரண்டாவதாக செல்லும் இடத்திற்கு சென்று சேரும் நேரம்		
9.	மாலைச் சிற்றுண்டி (அ) தேநீர் இடைவேளை		
10.	பள்ளிக்குத் திரும்பி வந்து சேரும் நேரம்		

எனது மகனை/ மகளை இன்பச் சுற்றுலாவிற்கு அழைத்துச் செல்ல அனுமதி வழங்குகிறேன்.

வகுப்பாசிரியர் கையொப்பம் **பெற்றோர் கையொப்பம்**

கபடி விளையாட்டுக்கான அணி ஒதுக்கீட்டைத் தெளிவுப்படுத்தும் விளக்கப்படம் கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.



அறிவுறுத்தல்கள்

- கால் இறுதிப் போட்டியில் பங்குபெற 8 பள்ளியின் அணிகள் தேர்வு செய்யப்பட்டுள்ளது.
- A முதல் H வரை 8 அணிகளுக்கும் பெயரிடப்பட்டுள்ளது.
- 2 விளையாட்டு அரங்கில் போட்டிகள் நடைபெறும்
- அணி A மற்றும் அணி E ஆகிய இரண்டு அணியினர் முதல் அரையிறுதிப் போட்டியிலும் அணி D மற்றும் அணி H ஆகிய இரண்டு அணியினர் இரண்டாவது அரையிறுதிப் போட்டியிலும் விளையாடுகின்றனர்.
- இறுதிப் போட்டியில், அணி H, அணி E யை எதிர்த்து விளையாடி வெற்றி பெறுகிறது.

அணி ஒதுக்கீடு விளக்கப்படத்தைப் பயன்படுத்தி, மேலே கொடுக்கப்பட்ட அறிவுறுத்தல்களின்படி அட்டவணையை நிரப்பவும்.

வ.எண்	போட்டிகளின் பெயர்	தேதி	நேரம்	பங்குபெறும் அணிகள்	போட்டி நடைபெறும் அரங்கம்
1.	கால் இறுதிப் போட்டி – 1		4.00 பி.ப		
2.		05-08-2019		A மற்றும் G	
3.			9.00 மு.ப		அரங்கம்-I
4.	கால் இறுதிப் போட்டி – IV			D மற்றும் F	
5.	அரை இறுதிப் போட்டி – I	06-08-2019			
6.					அரங்கம்-II
7.	இறுதிப் போட்டி				

அரை இறுதியில் பங்குபெற்ற அணிகளின் பெயர்கள்

1) _____ மற்றும் _____

2) _____ மற்றும் _____

இறுதிப் போட்டியில் வெற்றிப் பெற்ற அணி _____

கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அறிவுறுத்தல்களைப் பயன்படுத்தி 7 ஆம் வகுப்பின் மாதிரி கால அட்டவணையை நிரப்பவும்.

பாடப் பிரிவேளைகளின் ஒதுக்கீட்டு முறை		
தமிழ்	-	7
ஆங்கிலம்	-	7
கணக்கு	-	7
அறிவியல்	-	7
சமூக அறிவியல்	-	7
உடற்கல்வி	-	2
ஓவியம்	-	1
பாட்டு	-	1
நூலகம்	-	1
மொத்தம்	-	40 பாடப் பிரிவேளைகள்

அறிவுறுத்தல்கள்

- அனைத்து பாடங்களுக்கும் 2 பிரிவேளைகள் ஒதுக்கீடு செய்யப்பட வேண்டும்.
- ஓவியத்திற்கும், பாட்டிற்கும் பிற்பகலில் பாடவேளைகள் ஒதுக்கீடு செய்யப்பட வேண்டும்.
- உடற்கல்வி பாடப்பிரிவேளையினை காலை வேளையில் ஒன்றும் பிற்பகலில் ஒரு பாடவேளையும் ஆக ஒதுக்கீடு செய்யப்பட வேண்டும்.
- நூலகப் பாடவேளை இரண்டாவதுப் பாடப் பிரிவேளை ஆகத் தான் ஒதுக்கீடு செய்யப்பட வேண்டும்.

VII – கால அட்டவணை

நாட்கள்	பாடப்பிரிவேளைகள்							
	1	2	3	4	5	6	7	8
திங்கள்	தமிழ்		ஆங்கிலம்		அறிவியல்	சமூக அறிவியல்		ஆங்கிலம்
செவ்வாய்	தமிழ்		ஆங்கிலம்			சமூக அறிவியல்	சமூக அறிவியல்	கணக்கு
புதன்	தமிழ்	தமிழ்	கணக்கு	கணக்கு	அறிவியல்	சமூக அறிவியல்	உடற்கல்வி	
வியாழன்	தமிழ்	தமிழ்	கணக்கு	கணக்கு				
வெள்ளி	ஆங்கிலம்	ஆங்கிலம்	கணக்கு				அறிவியல்	அறிவியல்

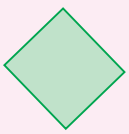
6.2 செயல்வழிப் படம்

சிக்கல்களுக்குத் தீர்வு காண முயலாத நாள்களென நம் அன்றாட வாழ்க்கையில் ஒரு நாளையாவது சொல்ல முடியுமா? இல்லை. அன்றாட வாழ்க்கையில் நாம் தினமும் எதிர்கொள்ளும் சிக்கல்களுக்குத் தீர்வு காண வேண்டிய கட்டாயத்தில்தான் இருக்கிறோம். நமது அன்றாடச் செயல்பாட்டில் அதாவது, வலைப்பக்கங்களில் உலாவுதல், அங்காடிகளில் வாங்கும் பொருள்களுக்குப் பணம் செலுத்துதல், பள்ளிக் கட்டணம் செலுத்துதல் அல்லது தானியங்கி பணம் வழங்கும் இயந்திரத்திலிருந்து பணம் எடுத்தல் என அனைத்து நிகழ்வுகளும் ஒருவித தீர்வைக் காண விழையும் செயல்தான். ஒரு குறிப்பிட்ட குறிக்கோளை அடைய ஒரு மனிதன் அல்லது இயந்திரம் செய்யும் எந்தச் செயலும் சிக்கல்களுக்குத் தீர்வு காண வேண்டிய செயல்பாட்டின் கீழ் தான் வருகிறது. ஒருவர் எந்தவொரு சிக்கல்களுக்கும் தீர்வு காண முயலும் போது வரிசையாக எடுக்க வேண்டிய தேவையான நடவடிக்கைகள் குறித்து அறிய முயல்கிறார்.

பெரும்பாலும், ஒரு சிக்கலைப் புரிந்துகொள்வதற்கான சிறந்த வழி திட்டப் படங்களை வரைவதுதான். குறுகிய சொற்கள் அல்லது சொற்றொடர்களின் வரிசையை விட படங்கள் பெரும்பாலும் நிகழ்வுகள் பற்றிய முழுமையான தகவல்களை நமக்கு வழங்குகின்றன. இருப்பினும், எப்போதுமே படங்களுடன் இணைந்த உரை சிக்கல்களுக்குத் தீர்வு காண உதவும் சக்திவாய்ந்த கருவியை நமக்கு வழங்குகிறது.

செயல்வழிப் படம் என்பது ஒரு பணியினை அல்லது கணக்கீட்டைச் செய்வதற்கான வழிமுறைகளைக் குறிப்பிட்ட சில வடிவங்களைப் பயன்படுத்தி விளக்கும் வழிமுறையாகும். பெரும்பாலும், ஓர் ஆவணம் அல்லது ஒரு ஆய்வினைத் தயாரிப்பதற்காகவோ அல்லது சிக்கலான செயல்முறையைத் தெளிவாகத் திட்டமிடுவதற்காகவோ அல்லது மேம்படுத்துவதற்காகவோ, புரிந்துகொள்வது எளிதானது என்பதால் பல துறைகளிலும் ஒரு வரைபடமானது பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

பின்வரும் அட்டவணையில், செயல்வழிப் படத்திலுள்ள ஒவ்வொரு வடிவத்திற்குமான குறிப்பிட்ட பொருள் விளக்கம் தரப்பட்டுள்ளது.

வடிவம்	பெயர்	பொருள்
	அம்புகுறி	வடிவங்களை இணைக்கப் பயன்படுவதுடன் அறிவுறுத்தல்களின் ஓட்டத்தைக் குறிக்கிறது.
	தொடக்கம் / முடிவு	பணியின் தொடக்கத்தையும் முடிவையும் குறிக்கப் பயன்படுகிறது.
	உள்ளீடு/ வெளியீடு	தரவுகளை உள்ளீடு செய்வதற்கோ அல்லது தீர்வுகளை அச்சிடுவதற்கோ பயன்படுத்தப்படுகின்றன.
	செயல்பாடு	கூற்றினை கணக்கிட அல்லது குறிக்கப் பயன்படுகிறது.
	தீர்மானப் பெட்டி	எந்தவொரு தர்க்கத்திற்கும் அல்லது செயல்பாட்டின் ஒப்பீட்டிற்கும் பயன்படுத்தப்படுகிறது. தேர்ந்தெடுக்கப்படும் திசை அல்லது கேள்விக்குப் பதில் "ஆம்" அல்லது "இல்லை" என்பதைப் பொறுத்து அமைகிறது.

இவற்றைப் பற்றி நன்கு புரிந்துகொள்ள, நடைமுறையில் செயல்வழிப் படத்தை எவ்வாறு பயன்படுத்தலாம் என்பதைப் பார்ப்போம்.

6.2.1 செயல்வழிப் படத்தின் வகைகள்

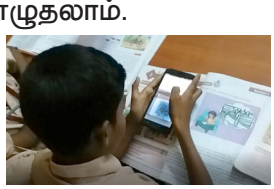
தொடர்– செயல்வழிப் படம்

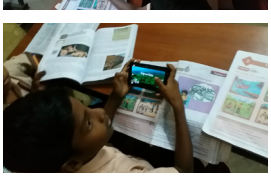
எந்த வரிசையில் சிக்கல்களைத் தீர்க்க வேண்டுமென்ற செயல்பாடுகளைத் **தொடர்– செயல்வழிப் படம்** விவரிக்கிறது .

சூழ்நிலை 1

கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள படங்களின் உதவியுடன், தொடர்புடைய ஊடகப் (digital content) பாடக்கருத்துகளைக் காண உங்கள் பாடப் புத்தகத்திலிருந்து விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை (QR code) ஊடுருவிப் (scan) பார்க்கவும்.

முதலில் பாடப் புத்தகத்திலிருந்து விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை (QR code) ஊடுருவிப் (scan) பார்ப்பதற்கான தொடர் வழிமுறைகளை எழுதலாம்.

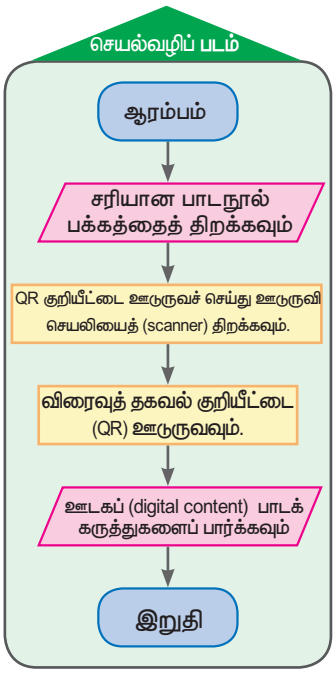




முதல் விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை ஊடுருவுவதற்கான படிப்படியான செயல்முறையினை எழுதுவோம்.

தொடர் செயல்முறை

1. தேவைப்படும் QR குறியீடு அமைந்துள்ள சரியான பாடநூல் பக்கத்தை எடுத்துக் கொள்ளவும்.
2. உங்கள் அலைபேசி (mobile) அல்லது கையடக்க கணிணியில் (tab) QR குறியீட்டை ஊடுருவச்செய்து செயலியைத் (scanner) திறக்கவும்.
3. ஊடகப் (digital) பாடக் கருத்துகளைக் காணத் தொடர்புடைய விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை (QR code) ஊடுருவவும் (scan).
4. திரையில் தோன்றும் ஊடகப் (digital content) பாடக் கருத்துகளைப் பார்க்கவும்.



இப்போது அருகில் படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள தேவையான செயல்வழிப் படத்தை எழுதுவோம்.

எடுத்துக்காட்டு 6.1

கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள வழிமுறையைப் பயன்படுத்தி தானியங்கி பணம் வழங்கும் இயந்திரத்தில் (ATM) பணம் முதலீடு செய்வதற்குப் பொருத்தமான செயல்வழிப் படத்தை உருவாக்கவும்.

உள்ளீடு

1. கடன் அட்டையைத் தேய்க்கவும்

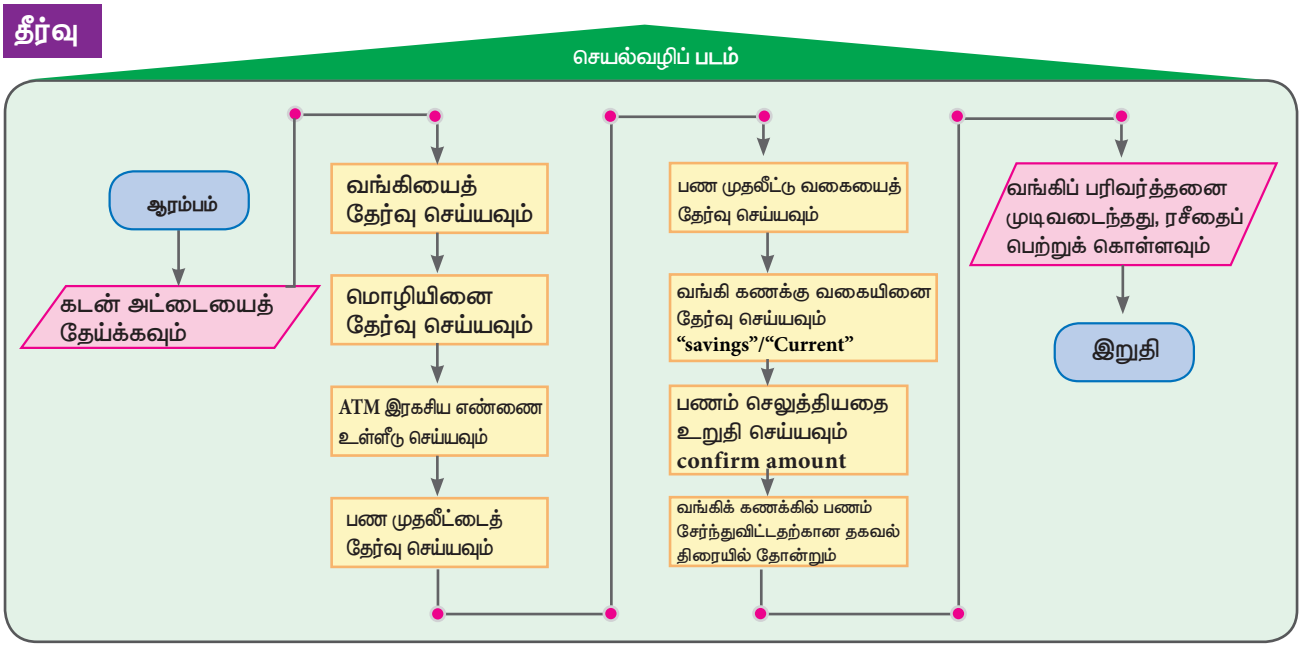
செயல்முறைகள்

2. வங்கியைத் தேர்வு செய்யவும்
3. மொழியினை தேர்வு செய்யவும்
4. ATM இரகசிய எண்ணை உள்ளீடு செய்யவும்
5. பண முதலீட்டைத் தேர்வு செய்யவும்
6. பண முதலீட்டு வகையைத் தேர்வு செய்யவும்
7. வங்கி கணக்கு வகையினை தேர்வு செய்யவும் சேமிப்பு/நடப்பு
8. பணம் செலுத்தியதை உறுதி செய்யவும்
9. வங்கிக் கணக்கில் பணம் சேர்ந்துவிட்டதற்கான தகவல் திரையில் தோன்றும்

வெளியீடு

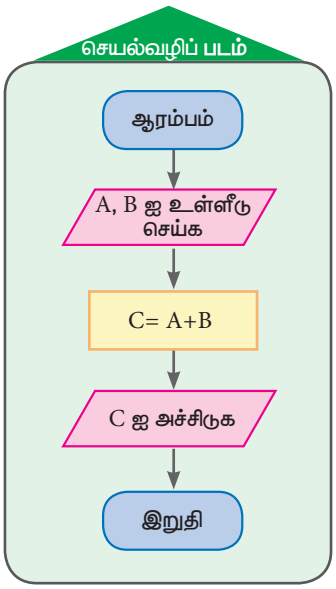
10. வங்கிப் பரிவர்த்தனை முடிவடைந்தது, ரசீதைப் பெற்றுக் கொள்ளவும் என்ற தகவல் திரையில் தோன்றியவுடன் வங்கிக் கணக்கில் பணம் போட்டதற்கான ரசீதினை எடுத்துக்கொள்ளலாம்.

தீர்வு


செயல்வழிப் படம்
ஆரம்பம்
கடன் அட்டையைத் தேய்க்கவும்
வங்கியைத் தேர்வு செய்யவும்
மொழியினை தேர்வு செய்யவும்
ATM இரகசிய எண்ணை உள்ளீடு செய்யவும்
பண முதலீட்டைத் தேர்வு செய்யவும்
பண முதலீட்டு வகையைத் தேர்வு செய்யவும்
வங்கி கணக்கு வகையினை தேர்வு செய்யவும் “savings”/“Current”
பணம் செலுத்தியதை உறுதி செய்யவும் confirm amount
வங்கிக் கணக்கில் பணம் சேர்ந்துவிட்டதற்கான தகவல் திரையில் தோன்றும்
வங்கிப் பரிவர்த்தனை முடிவடைந்தது, ரசீதைப் பெற்றுக் கொள்ளவும்
இறுதி

நிபந்தனை செயல்வழிப் படம்

சூழ்நிலை 2



கொடுக்கப்பட்ட இரு இயல் எண்களின் கூடுதலைக்காணும் செயல்வழிப் படம் (Flow Chart) வரைக. (இதை வரைய முதலில் இரண்டு எண்களின் மதிப்புகளும் இரண்டு பெயர்களில் சேமிக்கப்பட்டு,. பின்னர் அவற்றின் கூட்டுத்தொகை கண்டுபிடிக்கப்பட்டு அச்சிடப்பட வேண்டும். இதற்கான செயல்வழிப் படம் அருகிலுள்ள படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.)

மேலே உள்ள பாய்வுப்படத்தில், ஒரு சிறப்புப் பொருள் உள்ளது. C = A + B. இங்கே, C இன் மதிப்பு A மற்றும் B இன் கூட்டுத் தொகையைக் குறிக்கிறது. எடுத்துக்காட்டாக, நாம் A = 325 மற்றும் B = 486 என உள்ளீடு செய்தால் C இன் மதிப்பு 811 ஆக அச்சிடப்படும். பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகளின் மூலம் மேலும் அறிந்துகொள்ளலாம்.

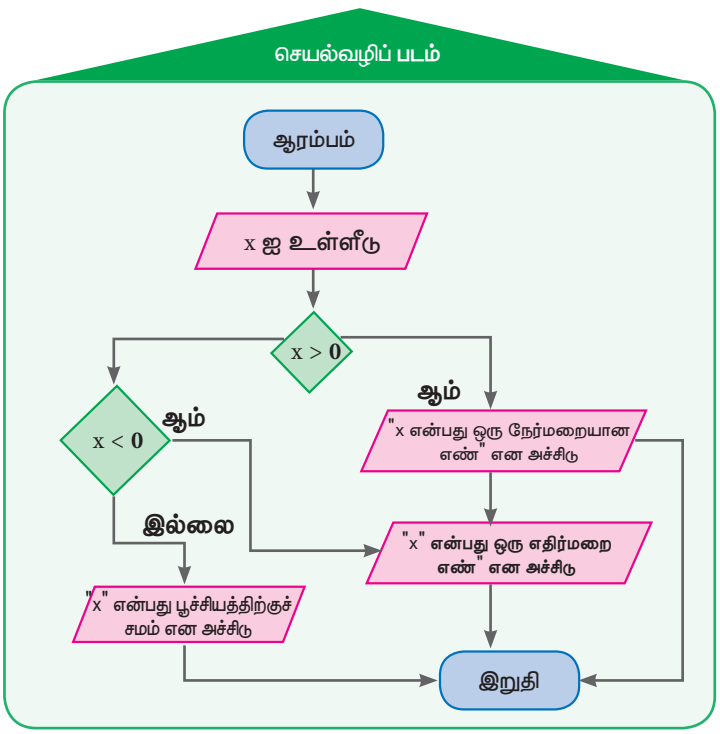
எடுத்துக்காட்டு 6.2

கொடுக்கப்படும் எண் மிகை முழுக்கள் (positive integer) அல்லது குறை முழுக்கள் (negative integer) அல்லது பூச்சியம் (zero) என்பதைக் கண்டறிய செயல்வழிப் படத்தை உருவாக்கி அதன் **தொடர் செயல்முறைகளை எழுதவும்.**

இங்கு, கொடுக்கப்படும் முழு எண் x ஒரு மிகை முழுக்கள் (positive integer) அல்லது குறை முழுக்கள் (negative integer) அல்லது பூச்சியம் (zero) என்பதைக் கண்டுபிடிக்கும்படி கேட்கிறோம். அதற்கு, முதலில் நாம் x இன் மதிப்பை ஒதுக்கி சரிபார்க்க வேண்டும். x ஆனது **0** ஐ விட அதிகமாக இருக்கிறதா என்பதைச் சரிபார்த்து 'ஆம்' என்றால், "x என்பது ஒரு நேர்மறையான எண்" என அச்சிடப்படும். 'இல்லை' என்றால் x இன் மதிப்பு **0** ஐ விடக் குறைவாக இருக்கிறதா என்று மீண்டும் சோதிப்போம். 'ஆம்' என்றால், "x என்பது ஒரு எதிர்மறை எண் " என அச்சிடப்படும். 'இல்லை' என்றால், "x என்பது பூச்சியத்தியற்கு சமம்" என அச்சிடப்படும்.

படிப்படியான செயல்முறை

- X இன் மதிப்பை உள்ளீடு செய்யவும்
- x> 0 ஐ சரிபார்க்கவும்
- 'ஆம்' என்றால்
- "x என்பது ஒரு நேர்மறையான எண்" என அச்சிடவும்
- 'இல்லை' என்றால் மீண்டும் x <0 ஐச் சரிபார்க்கவும்
- 'ஆம்' என்றால் "x என்பது ஒரு எதிர்மறை எண்" என அச்சிடவும்
- 'இல்லை' என்றால் "x பூச்சியத்திற்குச் சமம்" என அச்சிடவும்



x> 0 நிபந்தனையைச் சரிபார்த்தல்	x < 0 நிபந்தனையைச் சரிபார்த்தல்	x = 0 நிபந்தனையைச் சரிபார்த்தல்
ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்புக்கு x = 7926 7926> 0 ஆம் அச்சிடுக x என்பது ஒரு நேர்மறையான எண்	ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்புக்கு x = –2589 –2589> 0 இல்லை –2589 <0 ஆம் அச்சிடுக x என்பது ஒரு எதிர்மறை எண்	ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்புக்கு x = 0 0> 0 இல்லை 0 <0 இல்லை அச்சிடுக x என்பது பூச்சியத்திற்கு சமம்

எடுத்துக்காட்டு 6.3 கொடுக்கப்பட்ட 3 இயல் எண்களில் மிகப் பெரிய எண்ணைக் கண்டறியும் படிப்படியானச் செயல்முறைகளை எழுதி செயல்வழிப் படத்தை உருவாக்குங்கள்.

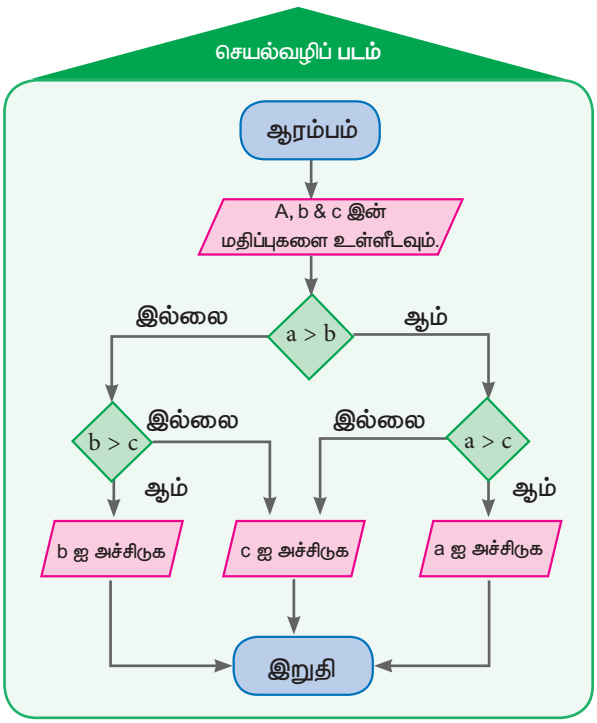
தீர்வு

இந்தக் வினாவில், கொடுக்கப்பட்ட 3 இயல் எண்களில் மிகப் பெரிய எண்ணைக் கண்டுபிடிக்கும்படி கேட்கப்படுகிறோம். அதற்காக, முதலில் நாம் a, b மற்றும் c இன் மதிப்புகளை ஒதுக்க வேண்டும், பின்னர் a ஐ விட b இன் மதிப்பு பெரியதா என்பதைச் சரிபார்க்க வேண்டும்

'ஆம்' என்றால், a இன் மதிப்பு c ஐ விட அதிகமாக இருக்கிறதா என்று மீண்டும் சோதிப்போம். 'ஆம்' என்றால், கொடுக்கப்படும் a இன் மதிப்பு அச்சிடப்படும். 'இல்லை' என்றால், b இன் மதிப்பு c ஐ விட அதிகமாக இருக்கிறதா என்று மீண்டும் சோதிப்போம். 'ஆம்' என்றால், கொடுக்கப்படும் b இன் மதிப்பு அச்சிடப்படும். 'இல்லை' என்றால், கொடுக்கப்படும் c இன் மதிப்பு அச்சிடப்படும்.

படிப்படியான செயல்முறை

- a, b & c இன் மதிப்புகளை உள்ளீடவும்.
- a > b என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.
- 'ஆம்' என்றால், மீண்டும் a > c என்பதைச் சரிபார்க்கவும்
- 'ஆம்' என்றால், a இன் மதிப்பை அச்சிடுக
- 'இல்லை' என்றால், மீண்டும் b > c என்பதைச் சரிபார்க்கவும்
- 'ஆம்' என்றால், b இன் மதிப்பை அச்சிடுக
- 'இல்லை' என்றால், c இன் மதிப்பை அச்சிடுக



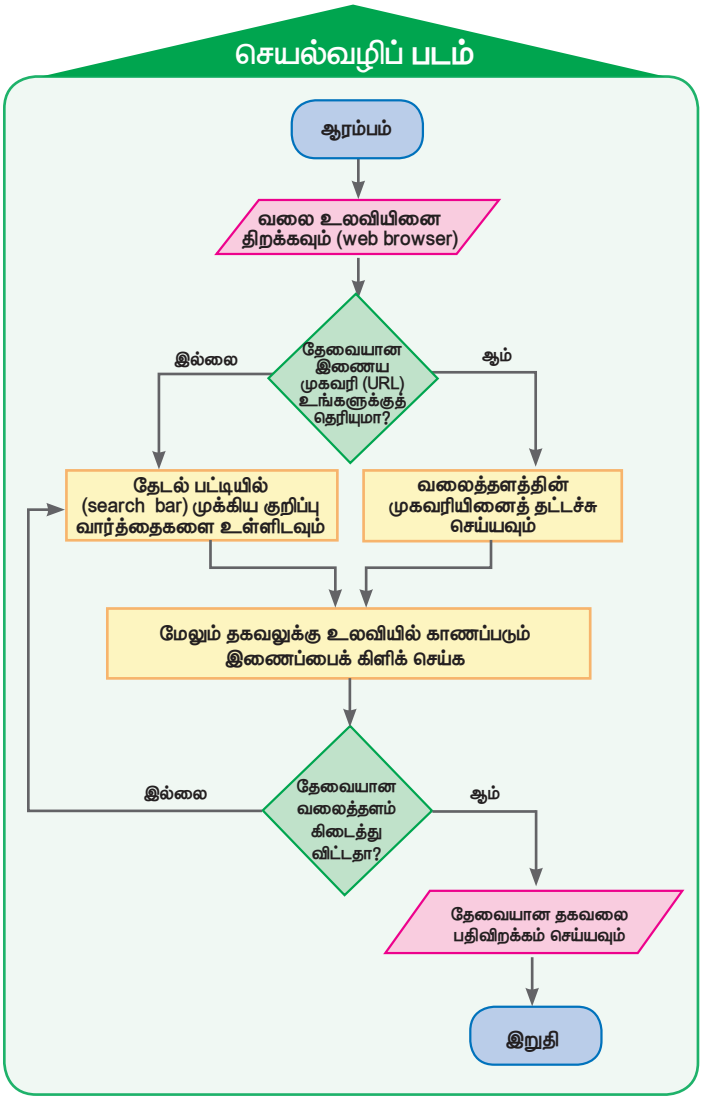
a > b நிபந்தனையைச் சரிபார்த்தல்	b > c நிபந்தனையைச் சரிபார்த்தல்	a > c நிபந்தனையைச் சரிபார்த்தல்
ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்புக்கு a = 75, b = 56 & c = 20 75 > 56 சரிபார்க்கவும் ஆம் எனில், மீண்டும் 75 > 20 சரிபார்க்கவும் ஆம் எனில் 75 ஐ அச்சிடுக	ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்புக்கு a = 68, b = 82 & c = 45 68 > 82 சரிபார்க்கவும் இல்லை எனில், மீண்டும் 82 > 45 சரிபார்க்கவும் ஆம் எனில், 82 ஐ அச்சிடுக	ஒரு குறிப்பிட்ட மதிப்புக்கு a = 185, b = 393 & c = 852 185 >393 ஐச் சரிபார்க்கவும் இல்லை எனில் மீண்டும் 393 > 852 சரிபார்க்கவும் இல்லை எனில் 852 ஐ அச்சிடுக

சூழ்நிலை 3

நீங்கள் இணையச் செயல்பாடுகளில் அதிகம் பழக்கமானவரா? நீங்கள் இணையத்தைப் (internet) பயன்படுத்தி எவ்வாறு ஒரு தகவலைத் தேட வேண்டும் என்று தெரிந்துகொள்ள விரும்பினால் தேடுபொறி உலவியினை (search engine) தேர்ந்தெடுத்து முடிந்தவரை துல்லியத்துடன் முக்கியமான வார்த்தைகளைத் தேடல் உலவியில் (search engine) தட்டச்சு செய்க, பின்னர் திரையில் தென்படும் இணையதளங்களிலிருந்து, நீங்கள் கண்டுபிடிக்க வேண்டிய தகவலைத் தேடவும் பின்வரும் வழிமுறைகளைப் செயல்வழிப் படத்திலிருந்து இதைப் பற்றி மேலும் அறிந்து கொள்ளலாம்.

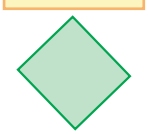
படிப்படியான செயல்முறை

- உங்கள் வலை உலாவியைத் (web browser) திறக்கவும்
- தேவையான இணைய முகவரி (URL) உங்களுக்குத் தெரிந்தால் முகவரிப் பட்டியில் (address bar) URL ஐ உள்ளிடவும் அல்லது தேடல் பட்டியில் (search bar) முக்கியக் குறிப்பு வார்த்தைகளை உள்ளிடவும்
- மேலும் தகவலுக்கு உலாவியில் காணப்படும் இணைப்பைக் கிளிக் செய்க
- உங்களுக்குத் தேவையான தகவல்கள் கிடைத்தால்,
- உங்கள் தகவல்களைப் பதிவிறக்கம் (download) செய்து கொள்ளவும் (உரை அல்லது படம் அல்லது ஆடியோ அல்லது வீடியோ அல்லது வலை இணைப்புகள்)
- இல்லையெனில் தேடலைத் தொடரவும்.

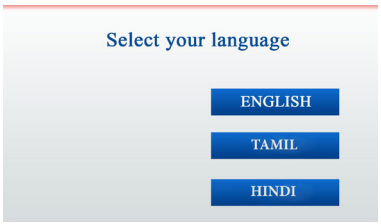
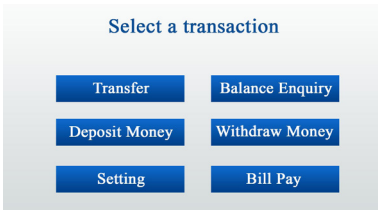
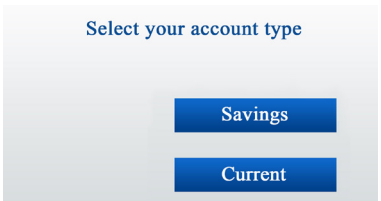
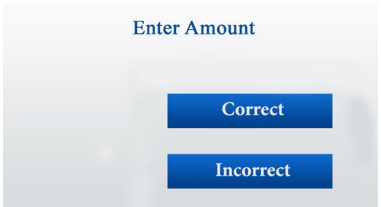


பயிற்சி 6.1

1. **பொருத்துக**

	குறியீடுகள்		பயன்கள்
(i)		(a)	உள்ளீடு / வெளியீடு
(ii)		(b)	c = a + b
(iii)		(c)	ஆரம்பம் / இறுதி
(iv)		(d)	a >= **0**
(v)		(e)	செயல்பாட்டின் அடுத்த நிலையைக் காட்டும்

2. தானியங்கி பணம் வழங்கும் இயந்திரம் மூலம் வங்கிக் கணக்கிலிருந்து பணம் எடுக்கும் படிநிலைகள் கீழே படத்தில் விளக்கப்பட்டுள்ளது. அதற்குத் தகுந்தவாறு செயல்வழிப் படம் உருவாக்குக.

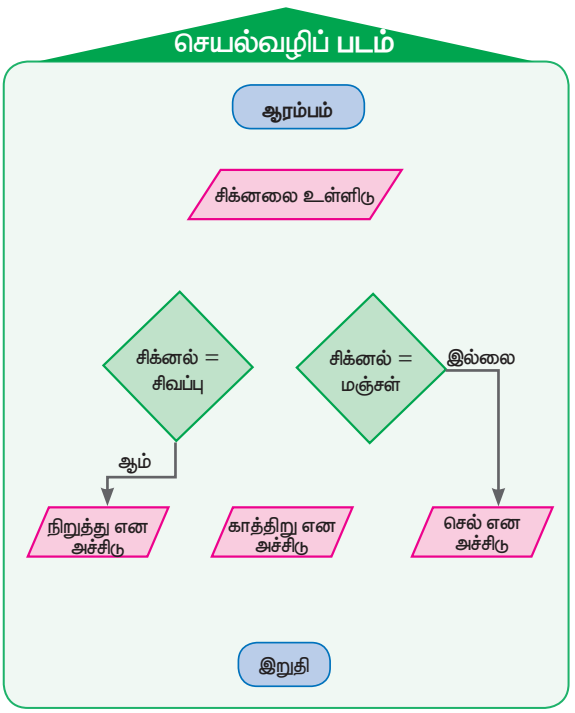
(i)		தானியங்கி பணம் வழங்கும் இயந்திரம் மூலம் பணம் எடுக்கும் அட்டையைச் சொருகவும்
(ii)		தேவையான மொழியைத் (language) தேர்ந்தெடுக்கவும்.
(iii)		தேவைப்படும் பணப் பரிவர்த்தனை (transaction) வகையினைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்
(iv)		வங்கிக் கணக்கு வகையினைத் (Account Type) தேர்ந்தெடுக்கவும்
(v)		அடையாள எண்ணைப் பதிவு செய்யவும்
(vi)		தேவையான தொகையினைப் பதிவிடவும்
(vii)		பணத்தை எடுத்துக்கொள்ளவும்

3. அலைபேசியினை ரீசார்ஜ் செய்யப் படிப்படியான செயல்முறையைப் பயன்படுத்தி, ஒரு வரிசை செயல்வழிப் படத்தை வரையவும்.

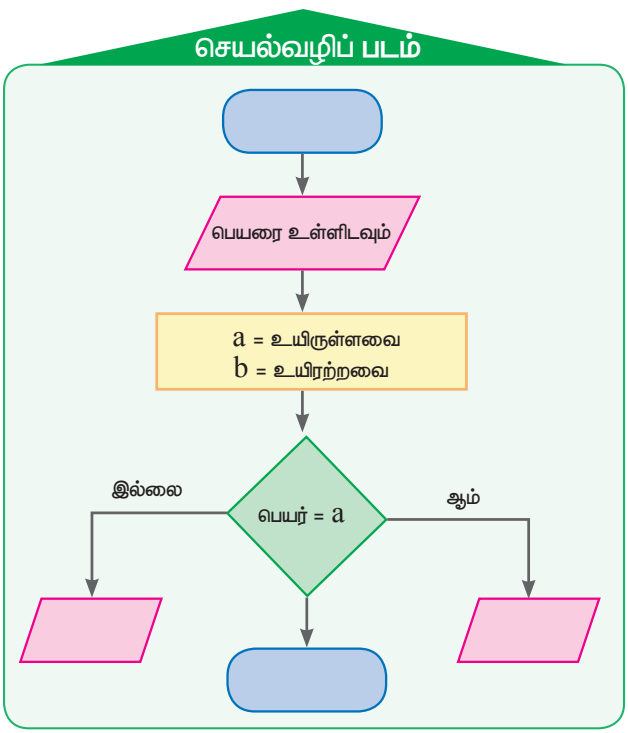
படிப்படியான செயல்முறை

- அலைபேசியினை ரீசார்ஜ் செய்யும் வலை உலாவியில் உள்நுழைக.
- ப்ரீபெய்ட் அல்லது போஸ்ட்பெய்ட் என்பதைத் தேர்ந்தெடுக்கவும்.
- அலைபேசி எண்ணை உள்ளிடவும்.
- ஆபரேட்டரைத் தேர்ந்தெடுத்து உங்கள் ரீசார்ஜ் திட்டத்தைத் தேர்வுசெய்ய திட்டங்களை உலாவுக.
- ரீசார்ஜ் செய்யத் தொகையை உள்ளிடவும்.
- ரீசார்ஜ் செய்யத் தொடரவும்.

4. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள போக்குவரத்து விதியினை விளக்கும் செயல்வழிப் படத்தில் அம்புக் குறிகளைப் பயன்படுத்தி நிரப்பவும்

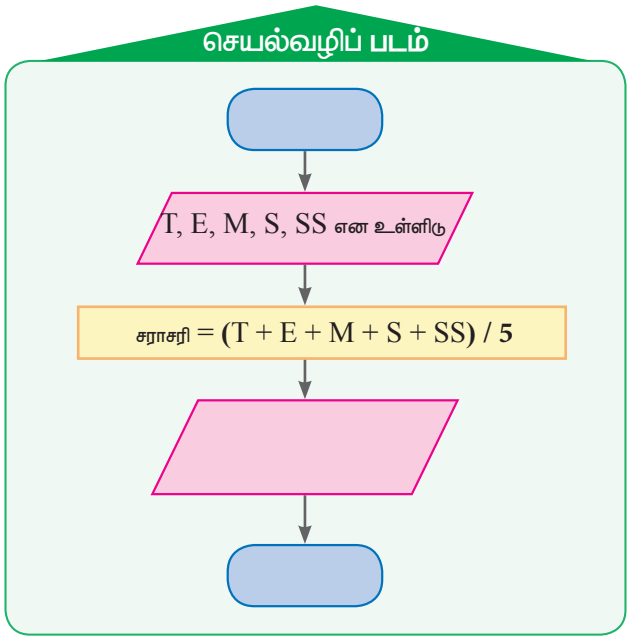


5. அருகில் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் செயல்வழிப் படத்தைப் பயன்படுத்திப் பெயர்களை உள்ளீடு செய்து அவை உயிருள்ளவையாக இருந்தால் "**உயிருள்ளவை**" என்றும் இல்லை என்றால் "**உயிரற்றவை**" என்றும் அச்சிட செயல்வழிப் படத்தை நிரப்புக.

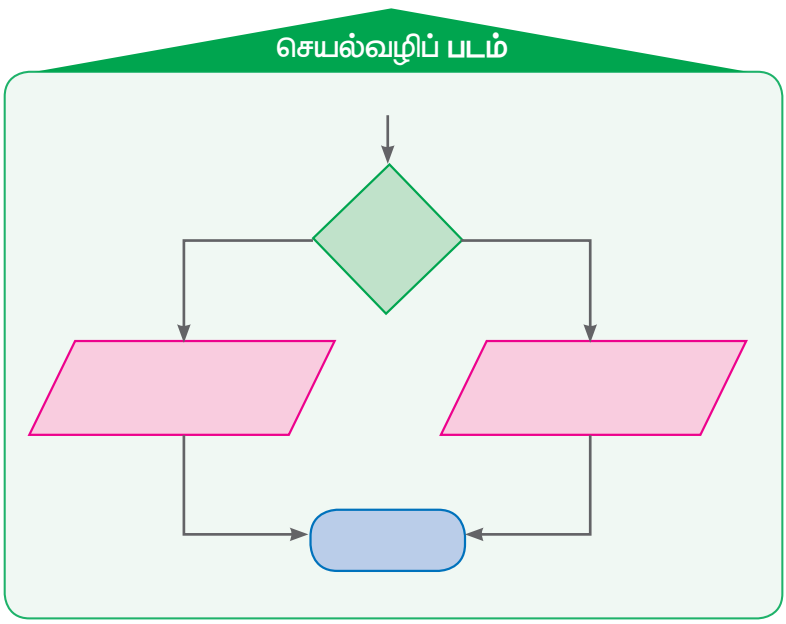


6. பின்வரும் செயல்வழிப் படத்தை நிறைவு செய்க.

(i) உனது முதல் அல்லது இரண்டாம் பருவத் தேர்வின் மதிப்பினை உள்ளீடுசெய்து சராசரி மதிப்பை அச்சிட அருகில் தரப்பட்டுள்ள செயல்வழிப் படத்தை நிரப்புக.



(ii) மேலும் உனது சராசரி மதிப்பெண் 100 மதிப்பெண்களுக்கு 75 இக்கு மேலிருக்கும் பட்சத்தில் ஆசிரியர் குறிப்பில் **"மிக நன்று"** எனவும், இல்லையென்றால் **"மேலும் முயற்சி செய்"** எனவும் எழுதியுள்ளதை அச்சிடுமாறு கொடுக்கப்பட்டுள்ள செயல்வழிப் படத்துடன் இணைத்து நிரப்பவும்.



7. வியாபாரி ஒருவர் தான் வாங்கிய பொருளின் நிர்ணய விலையையும், விற்ற விலையையும் கணக்கிட்டுப் பார்க்கிறார். அவர் வாங்கிய விலையை விட விற்ற விலை அதிகம் என்றால் **"இலாபம்"** என்றும் இல்லையென்றால் **"நட்டம்"** என்றும் அச்சிடுமாறு செயல்வழிப் படம் வரைக.

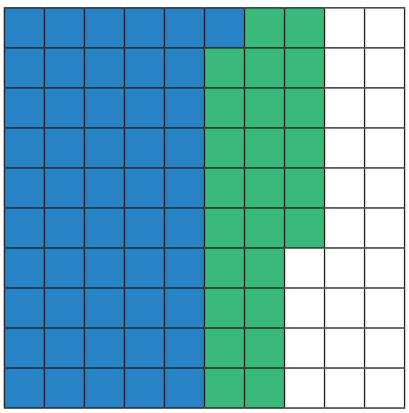
விடைகள்

1. எண்ணியல்

பயிற்சி 1.1

1. (i) 9 (ii) 26 (iii) 69 (iv) 104
   (v) 50 (vi) 101 (vii) 40 (viii) 1
2. (i) 6.0 (ii) 21.81 (iii) 35.001
3. (i) 123.4 (ii) 20.0 (iii) 910.6
4. (i) 87.76 (ii) 301.51 (iii) 80.00
5. (i) 24.400 (ii)1251.235 (iii) 61.002

பயிற்சி 1.2

1. 

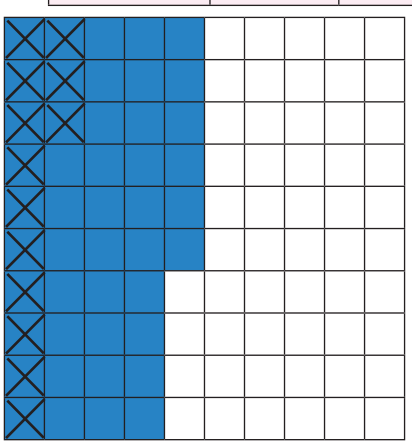
விடை: 0.76

2. (i)

தசம எண்	பத்துகள்	ஒன்றுகள்	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்
25.80	2	5	8	0
18.53	1	8	5	3
44.33	4	4	3	3

(ii)

தசம எண்	பத்துகள்	ஒன்றுகள்	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்	ஆயிரத்தில் ஒன்றுகள்
17.400	1	7	4	0	0
23.435	2	3	4	3	5
40.835	4	0	8	3	5

3. 

விடை: 0.33

4. (i)

தசம எண்	ஒன்றுகள்	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்	ஆயிரத்தில் ஒன்றுகள்
9.231	9	2	3	1
6.567	6	5	6	7
2.664	2	6	6	4

(ii)

தசம எண்	ஒன்றுகள்	பத்தில் ஒன்றுகள்	நூறில் ஒன்றுகள்	ஆயிரத்தில் ஒன்றுகள்
7.000	7	0	0	0
3.235	3	2	3	5
3.765	3	7	6	5

5. 14.01 6. 4.650 7. 6.387 8. 18.1 9. 2.60 10. 11.4 செ.மீ

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

11. (iii) 1.83 12. (ii) 4.17 13. (iv) 2.16 14. (i) 1.57 15. (i) 128.89

பயிற்சி 1.3

1. (i) 1.5 (ii) 22.50 (iii) 200.8
   (iv) 0.27 (v)3171.21 (vi) 2.8
2. 23.80 ச.செ.மீ 3. 360.24 ச.செ.மீ
4. (i) 25.7 (ii) 5.1 (iii) 12536.7 (iv) 3451 (v) 6273.5
   (vi) 7.0 (vii) 3 (viii) 400
5. 497 செ.மீ 6. ₹ 30
7. (i) 1.08 (ii) 5.23 (iii) 107.48 (iv) 0.036 (v) 14.306
   (vi) 0.051 (vii) 10.5525 (viii) 1.0101 (ix) 110.011

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

8. (ii) 0.107 9. (i) 20.8 10. (iii) 53.0 செ.மீ

பயிற்சி 1.4

1. (i) 0.2 (ii) 0.18 (iii) 1.02 (iv) 3.08
   (v) 0.094 (vi) 10.34 (vii) 99.4
2. (i) 0.57 (ii) 9.37 (iii) 0.09 (iv) 30.1301
   (v) 0.083 (vi) 0.0062
3. (i) 0.007 (ii) 0.038 (iii) 0.493 (iv) 4.6385
   (v) 0.003 (vi) 0.274
4. (i) 0.0189 (ii) 0.00087 (iii) 0.0493 (iv) 0.0003
   (v) 0.3824 (vi) 0.0938
5. (i) 8 (ii) 9.9 (iii) 14.7 (iv) 0.19 (v) 9 (vi) 1.69
6. 1.91 கி.கி 7. 64 கி.மீ 8. 650 ச.அடிகள் 9. ₹ 53.80 10. 2.8

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

11. (iv) 11.2 12. (ii) 67.0 13. (ii) 0.1

பயிற்சி 1.5

1. 36.06 மீ 2. 1.976 கி.கி 3. 20.24 லி 4. 9 5. 0.3924 கி.கி

6.(i)120.198 (ii) 33.258

7. 15 8. 2376.1 மீ 9. 0.0523 10. 69 பக்கங்கள்

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

11 0.267 கி.மீ 12. அன்புவை விட மாலா 0.5 கி.மீ தூரம் அதிகமாக பயணம் செய்தாள்.

13. ₹ 3421.25 14. 463.53 கி.மீ/மணி 15. 325.08 கி.மீ

2. சதவீதம் மற்றும் தனிவட்டி

பயிற்சி 2.1

1. (i) $\frac{58}{100}$, 0.58, 58% (ii) $\frac{53}{100}$, 0.53, 53%

(iii) $\frac{25}{50}$, 0.50, 50% (iv) $\frac{17}{25}$, 0.68, 68%

(v) $\frac{15}{30}$, 0.50, 50%

2. (i) 50% (ii) 50% (iii) $31\frac{4}{16}\%$ (iv) $68\frac{12}{16}\%$

3. வெள்ளை நிறம்– 50% ; கருப்பு நிறம் – 50 %

4. (i) 72% (ii) 270% (iii) 75% (iv) 225%

(v) 160%

5. 87.2 %

6. (i) $\frac{21}{100}$ (ii) $\frac{931}{1000}$ (iii) $\frac{151}{100}$ (iv) $\frac{13}{20}$ (v) $\frac{4}{625}$

7. 83.33% 8. $\frac{12}{25}$ 9. ₹ 1, 875

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

10. (iii) 25% 11. (i) 60% 12. (iv) $\frac{7}{10,000}$

பயிற்சி 2.2

1. (i) 0.21 (ii) 0.931 (iii) 1.51 (iv) 0.65 (v) 0.0064

2. (i) 28.2% (ii) 151 % (iii) 109 % (iv) 71 % (v) 85.8 %

3. 0.75 4. 0.705 5. 0.86 6. 675% 7. 156% 8. 25%

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

9. 1.425 10. 0.5 % 11. 470 %

பயிற்சி 2.3

1. 20% 2. 10 லிட்டர்கள் 3. ₹1334 4. ₹240 5. 75%

6. 30% 7. கணிதம்; 85 % 8. 600 9. 8%

10. கல்வி - ₹6,000; 33.33%; சேமிப்பு – ₹3,000; 16.66%; இதர செலவுகள் – ₹9,000; 50%

பயிற்சி 2.4

1. ₹6,300 2. I= ₹1,120 ; A = ₹9,120 3. ₹56,000

4. 10% 5. 3 வருடங்கள் 6. 2 வருடங்கள் 7. 7% 8. ₹12,500

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

9. (i) ₹500 10. (iii) ₹100 11. (i) 10%

பயிற்சி 2.5

1. 10% 2. 60% 3. 58.33% 4. 70 %

5. 74% ஆல் நீந்த முடியும்; 26% ஆல் நீந்த முடியாது 6. 20%

7. ₹75 8. ₹1,770 9. 4% 10. 800%

11. ₹800 12. 6 வருடங்கள் 13. 8 வருடங்கள்

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

14. 20% ; 80% 15. 77.77% 16. 58.33% 17. 32%

18. 16 19. 7.225 கி.கி 20. 47.82% 21. 70 லி

22. $16\frac{2}{3}$ 23. 1,31,220 24. 12 % 25. 7%

26. 10 % 27. 25 %

3. இயற்கணிதம்

பயிற்சி 3.1

1. (i) $p^2-2pq+q^2$ (ii) x^2-25

(iii) $(x-2)$ மற்றும் $(x-2)$ (iv) $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times a \times b \times c \times c$

2. (i) சரி (ii) தவறு (iii) சரி (iv) சரி.

3. (i) $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times a \times b \times b \times c \times c$

(ii) $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times x \times x \times x \times y \times y \times z$

(iii) $2 \times 2 \times 2 \times 7 \times m \times n \times n \times p \times p$

4. (i) $x^2+10x+21$ (ii) $36a^2+24a-45$

(iii) $16x^2+32xy+15y^2$ (iv) $p^2q^2+15pq+56$

5. (i) $4x^2+20x+25$ (ii) $b^2-14b+49$

(iii) $m^2n^2+6mnp+9p^2$ (iv) $x^2y^2y^2-2xyz+1$

6. (i) p^2-4 (ii) $9b^2-1$ (iii) $16-m^2n^2$ (iv) $36x^2-49y^2$

7. (i) 2, 601 (ii) 10, 609 (iii) 9,96,004 (iv) 2, 209

(v) 89,991 (vi) 9,99,900 (vii) 2,652

8. $(a-b)^2$ 10. 64

11. (i) $(z+4)(z-4)$ (ii) $(3+2y)(3-2y)$

(iii) $(5a+7b)(5a-7b)$ (iv) $(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$

12. (i) $(x-4)(x-4)$ (ii) $(y+10)(y+10)$

(iii) $(6m+5)(6m+5)$ (iv) $(8x-7y)(8x-7y)$

(v) $(a+3b+c)(a+3b-c)$

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

13. (ii) 6 14. (iii) – 625 15. (i) $(x-3)(x-3)$

16. (iv) xy

பயிற்சி 3.2

1. (i) $y \leq x$ (ii) $x+6 \geq y+6$ (iii) $x^2 \geq xy$

(iv) $-xy \leq -y^2$ (v) $x-y \geq 0$

2. (i) தவறு (ii) தவறு (iii) சரி (iv) தவறு

3. (i) $x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ மற்றும் 7

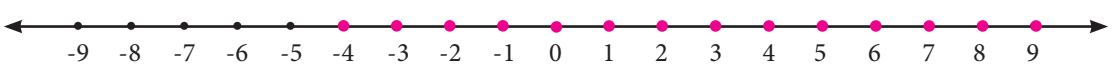
(ii) $x = 1, 2, 3, 4, 5$ மற்றும் 6

(iii) $a = 0, 1, 2, 3, 4$ மற்றும் 5

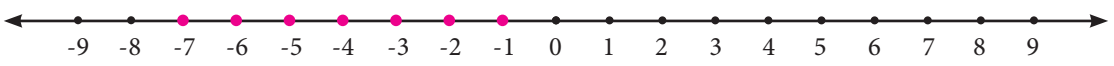
(iv) $x = 7, 8, 9, 10, ...$

(v) $x = -5, -4, -3, -2$ மற்றும் -1

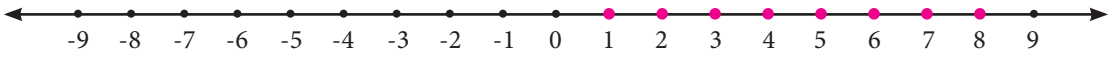
4. (i) $k = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, ...$



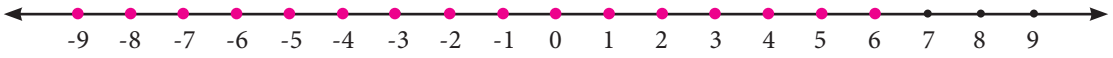
(ii) $y = -7, -6, -5, -4, -3, -2$ மற்றும் -1



(iii) x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 மற்றும் 8



(iv) m = ...–3, -2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6



5. ஓவியர் $3 \leq x \leq 6$ அளவு தூரிகைகள் அல்லது x = 3, 4, 5 மற்றும் 6 தூரிகைகள் வாங்கமுடியும்.

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

6. (iv) 3, 4, 5 மற்றும் 6 7. (i) 1 மற்றும் 2 8. (iii) 6 9. (ii) $-4 \leq x \leq 0$

பயிற்சி 3.3

1. (i) 24.01 (ii) 10020.01 (iii) 3.99

2. $(2x + 3y)\ (2x - 3y)$

3. (i) $9p^2 + 3p\ (q + r) + qr$ (ii) $9p^2 - q^2$

4. 900 ச.மீ

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

6. (a – b) (a + b) 7. $x^4 - y^4$ 8. $-60xy$

9. (i) $4ab$ (ii) $2(a^2 + b^2)$

10. 225 ச.மீ

11. (i) n = 3, 4, 5, 6, ...

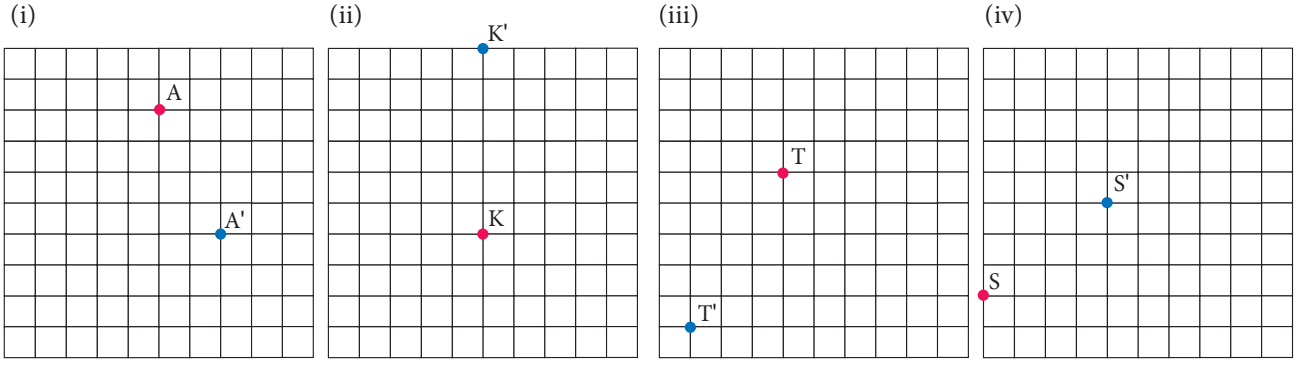
(ii) x = 0, 1, 2, 3, ...

(iii) x = –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 மற்றும் 6

4. வடிவியல்

பயிற்சி 4.1

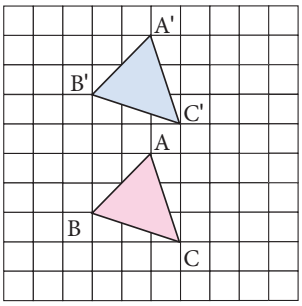
(i) (ii) (iii) (iv)



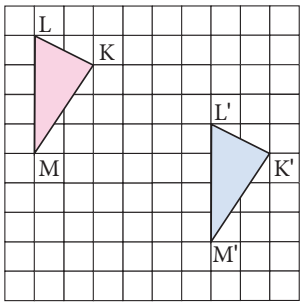
2. (i) 3→,4↑ (ii) 3←, 3↑ (iii) 4←, 4↓ (iv) 2→,2↓

3.

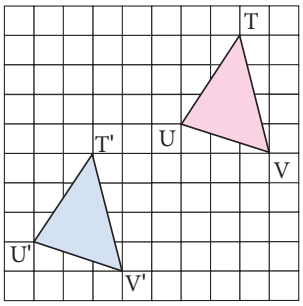
(i)



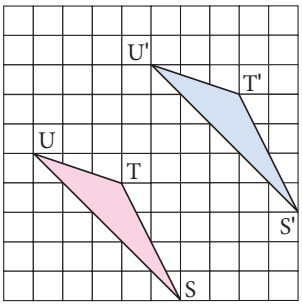
(ii)



(iii)

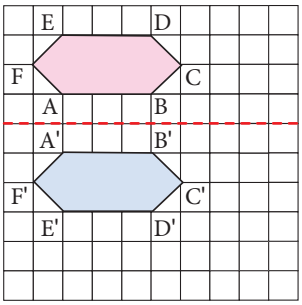


(iv)

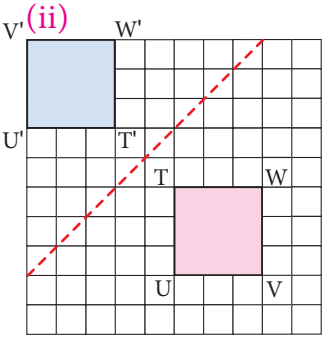


4.

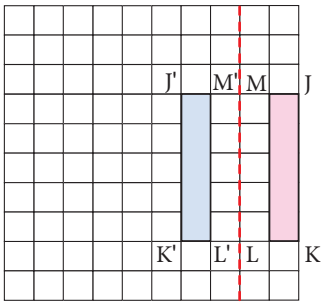
(i)



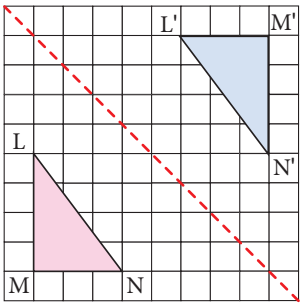
(ii)



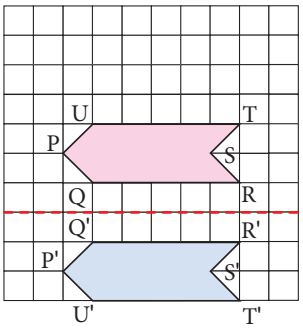
(iii)



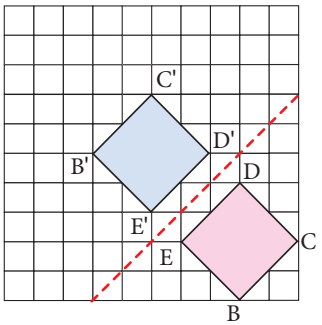
(iv)



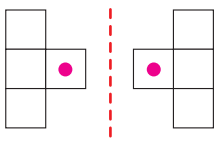
(v)



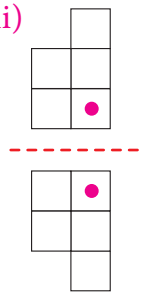
(vi)



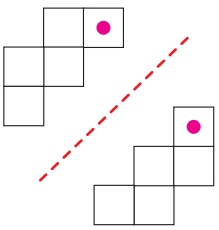
5. (i)



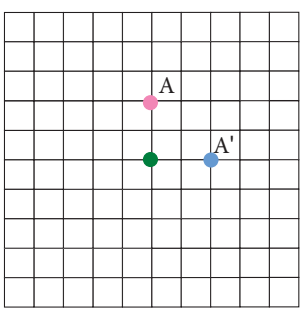
(ii)



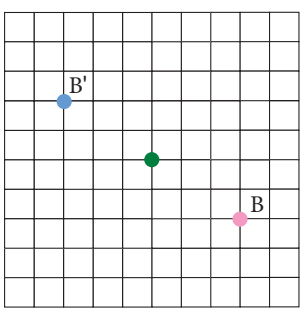
(iii)



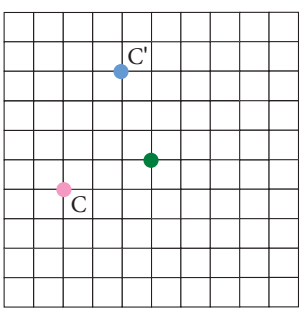
6. (i)



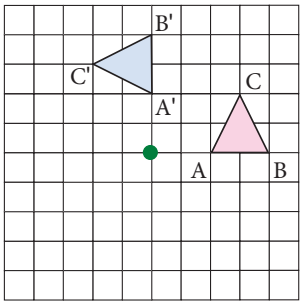
(ii)



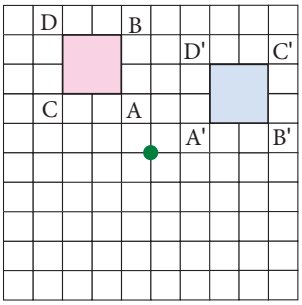
(iii)



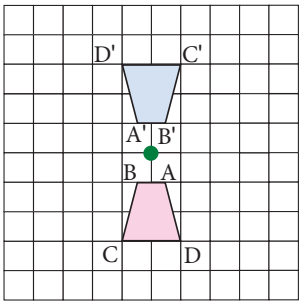
(iv)



(v)



(vi)



7. எதிரொளிப்பு

8. சுழற்ச்சி

9. இடப்பெயர்வு

10. a. 7→,2↓

b. இல்லை. மீன்பிடி படகு தீவின் தரை தட்டும்.

c. 5→,3↓

11. (i) இடப்பெயர்வு (ii) கிடைமட்டக்கோட்டைப் பொருத்த எதிரொளிப்பு

(iii) குத்துக்கோட்டைப் பெருத்த எதிரொளிப்பு (iv) குதிகாலைப் பொருத்த சூழற்ச்சி

12. (i) முன் உரு ∠L இன் நிழல் உரு ∠L′; முன் உரு ∠M இன் நிழல் உரு ∠M′;
முன் உரு ∠N இன் நிழல் உரு ∠N′; முன் உரு ∠O இன் நிழல் உரு ∠O′;
உச்சி L இன் நிழல் உரு L′; உச்சி M இன் நிழல் உரு ∠M′;
உச்சி N இன் நிழல் உரு ∠N′; உச்சி O இன் நிழல் உரு O′.

(ii) ஒத்தப் பக்கங்கள் LM மற்றும் L′M′; MN மற்றும் M′N′; NO மற்றும் N′O′;
OL மற்றும் O′L′

13. 3→ 1↓

கொள்குறி வகை வினாக்கள்.

14. (ii) சுழற்ச்சி 15. (iii) எதிரொளிப்பு 16. (i) இடப்பெயர்வு

17. (ii) சுழற்ச்சி 18.(i) இடப்பெயர்வு 19.(iii)

பயிற்சி 4.3

1. முதல் நகர்பவிற்கு: 2→,2↓; இரண்டாவது நகர்விற்கு: 5←,5↓

2. சிப்பாய் – 1↑ அல்லது 2↑

யானை – 1 இலிருந்து 8 ↑

குதிரை – 2→,1↑ அல்லது 2←,1↑ அல்லது 1→,2↑ அல்லது 1←,2↑

அமைச்சர் – 1→,1↑ அல்லது 2→, 2↑அல்லது 3→, 3↑அல்லது 4→, 4↑அல்லது 5→5↑1←,
1↑ அல்லது 2←, 2↑ அல்லது 3←, 3↑ அல்லது 4←, 4↑ அல்லது 5←5↑

ராணி – 1 இலிருந்து 8 ↑, 1→, 1↑ அல்லது 2→, 2↑ அல்லது 3→, 3↑ அல்லது 4→, 4↑ அல்லது 5→, 5↑ அல்லது 1←, 1↑ அல்லது 2←, 2↑ அல்லது 3←, 3↑ அல்லது 4←, 4↑ அல்லது 5←5↑

ராஜா – 1→ அல்லது ← அல்லது ↑

3. (i) கட்டுரைப் போட்டி வகையானது இடைப்பெயர்வை கொண்டுள்ளது.

(ii) கட்டுரைப் போட்டி வகையும் தனிநபர் நடிப்பு வகையும் எதிரொளிப்பைக் கொண்டுள்ளது.

4. (i) 120செ.மீ→,210செ.மீ↓ (ii) 270செ.மீ←,330செ.மீ↑ (iii) 150செ.மீ→

5. (i) சுழற்சி (ii) எதிரொளிப்பு (iii) இடப்பெயர்வு (iv) எதிரொளிப்பு

(v) சுழற்சி (vi) எதிரொளிப்பு (vii) சுழற்சி (viii) இடப்பெயர்வு

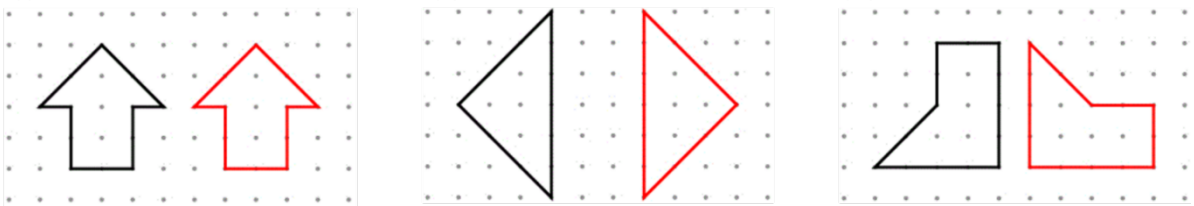
மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

6. 2←,1↓ மற்றும் 1←, 2↓ (அல்லது) 2←, 1↓ மற்றும் 1←,2↓

7. (i) கடிகாரச் சுற்றின் எதிர் திசையில் 90° அளவு சுழற்சிக்குப் பின்பு 3←,5↑ இடப்பெயர்வு.

(ii) கடிகாரச் சுற்றின் எதிர் திசையில் 90° அளவு சுழற்சிக்குப் பின்பு 2← இடப்பெயர்வு.

8. (i) (ii) (iii)



5. புள்ளியில்

பயிற்சி 5.1

1. (i) 5.5 (ii) 3,525 (iii) 6 (iv) 0

2. 13 3. (i) 35 (ii) 47 (iii) 10

4. Y=152 ; இரு மாணவர்களின் உயரம் 152 செ.மீ மற்றும் 156 செ.மீ

5. 240 6. 5 7. 24

கொள்குறி வகை வினாக்கள்:

8. (i) கூட்டுச் சராசரி 9. (ii) 16 10. (i) 16 11. (iii) 14

பயிற்சி 5.2

1. 2 2. 31 3. 25 மற்றும் 36 4. 15

கொள்குறி வகை வினாக்கள்:

5. (i) நீலம் 6. (iv) முகடு இல்லை 7. (iii) 2 மற்றும் 1

பயிற்சி 5.3

1. (i) 25 (ii). 11

2. 34 3. 7 4. 37.5 ; 36

கொள்குறி வகை வினாக்கள்:

5. (iii) 2 6. (iv) 32 7. (i) 6

பயிற்சி 5.4

1. 82 2. 15.5 3. 2, 3 மற்றும் 5 4. 13; 13

5. 2; 3 6. 8; முகடு இல்லை.

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

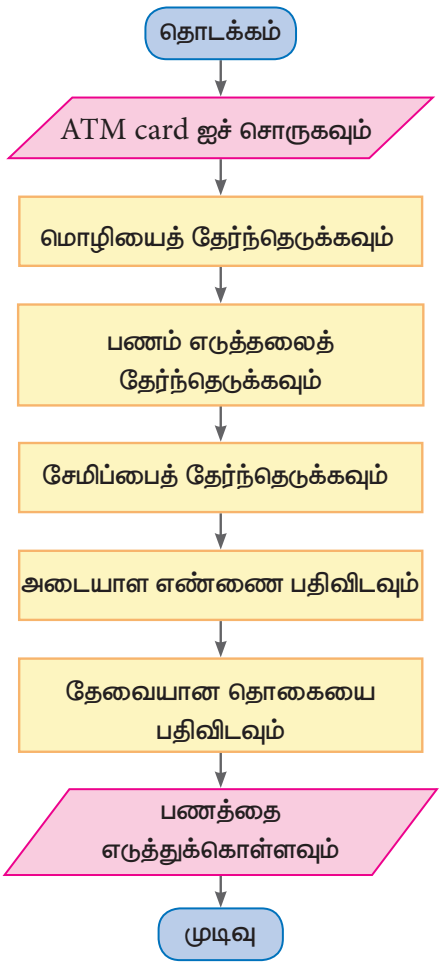
7. 8 8. 17; 10 ; 18 9. –0.5 10. 12.9 ; 11.2

6. தகவல் செயலாக்கம்

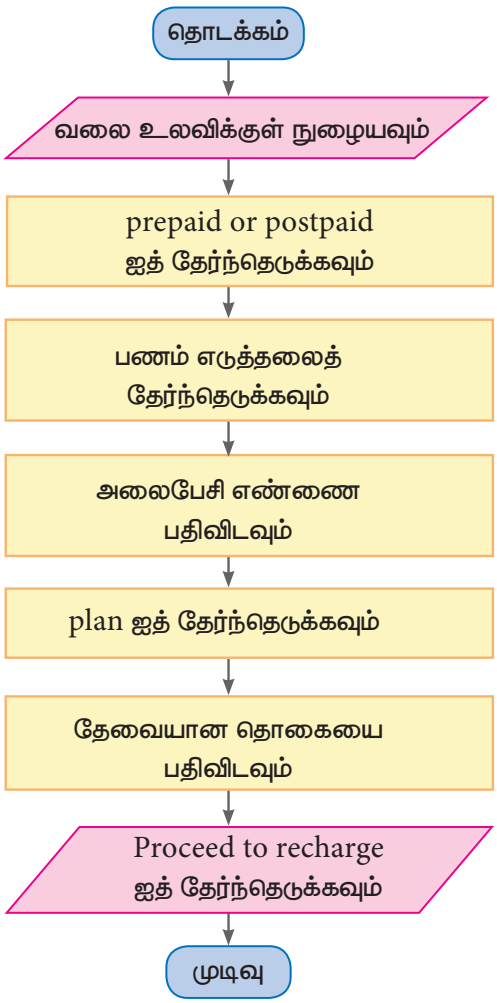
பயிற்சி 6.1

1. (i) (e) (ii) (c) (iii) (a) (iv) (b) (v) (d)

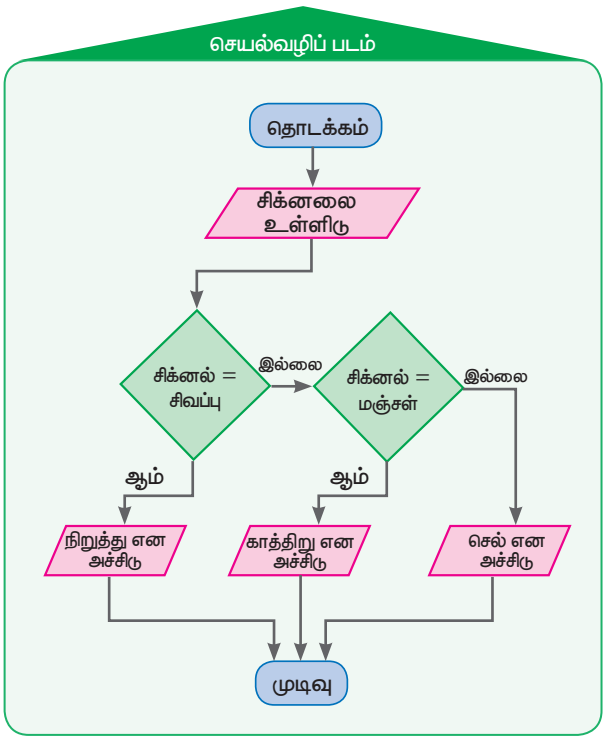
2.



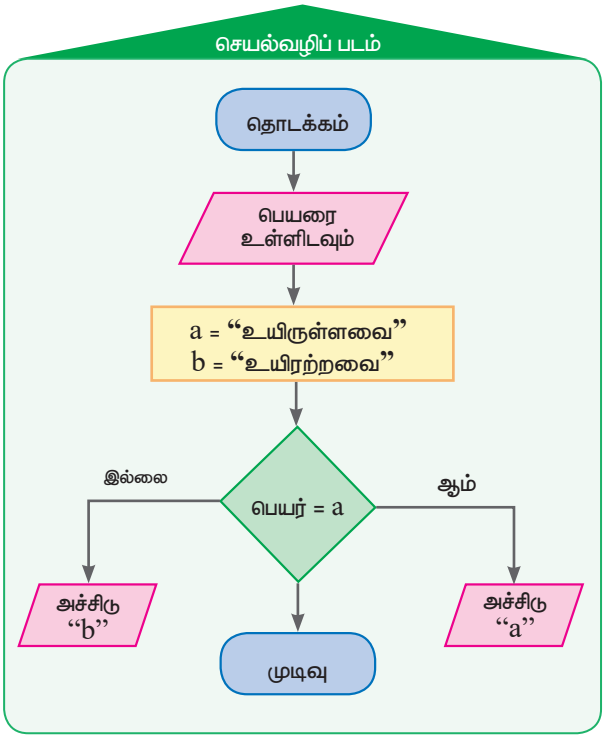
3.



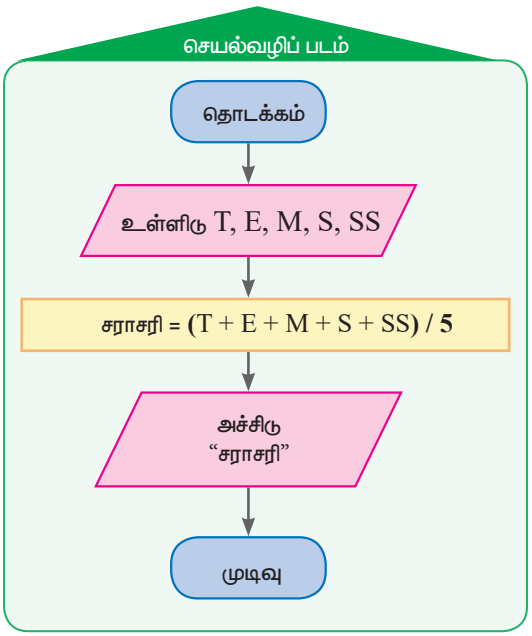
4.


செயல்வழிப் படம்
தொடக்கம்
சிக்னலை உள்ளிடு
சிக்னல் = சிவப்பு
இல்லை
சிக்னல் = மஞ்சள்
இல்லை
ஆம்
ஆம்
நிறுத்து என அச்சிடு
காத்திரு என அச்சிடு
செல் என அச்சிடு
முடிவு

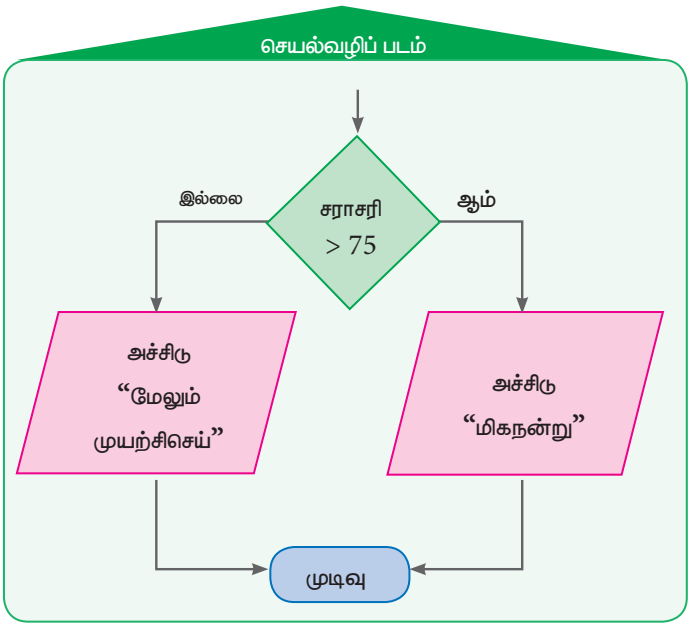
5.


செயல்வழிப் படம்
தொடக்கம்
பெயரை உள்ளிடவும்
a = "உயிருள்ளவை"
b = "உயிரற்றவை"
பெயர் = a
இல்லை
ஆம்
அச்சிடு "b"
அச்சிடு "a"
முடிவு

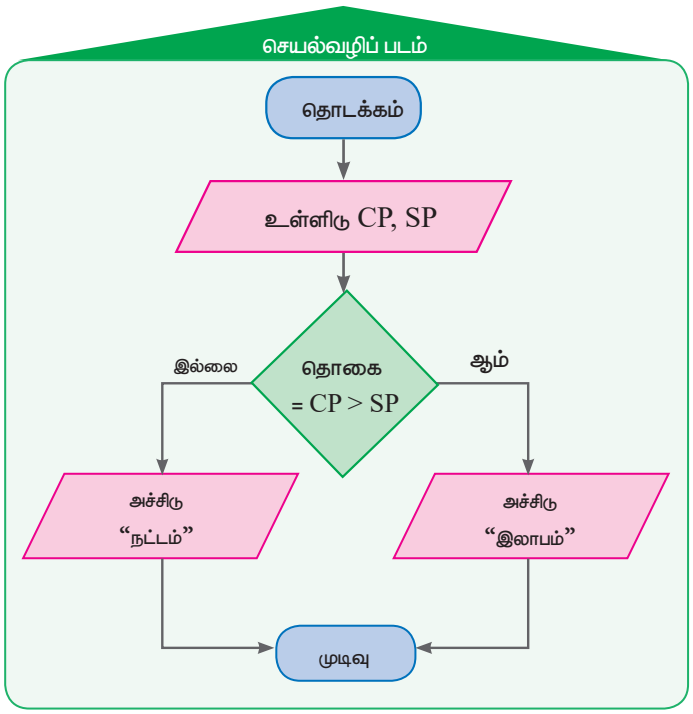
6. (i)


செயல்வழிப் படம்
தொடக்கம்
உள்ளிடு T, E, M, S, SS
சராசரி = (T + E + M + S + SS) / 5
அச்சிடு "சராசரி"
முடிவு

(ii)


செயல்வழிப் படம்
சராசரி
> 75
இல்லை
ஆம்
அச்சிடு
“மேலும்
முயற்சிசெய்”
அச்சிடு
“மிகநன்று”
முடிவு

7.


செயல்வழிப் படம்
தொடக்கம்
உள்ளிடு CP, SP
தொகை
= CP > SP
இல்லை
ஆம்
அச்சிடு
“நட்டம்”
அச்சிடு
“இலாபம்”
முடிவு

கலைச்சொற்கள்

கூட்டுத் தொகை	Amount
சுழற்சிக்கோணம்	Angle of rotation
எண்கணித சராசரி கூட்டுச் சராசரி)	Arithmetic Mean
சராசரி	Average
மணிகள்	Beads
இருமுகடுகள்	Bimodal
கடன் வாங்குபவர்	Borrower
மையநிலை அளவுகள் (மையப்போக்கு)	Central tendency
நாண்	Chord
வட்டவலயம்	Circular ring
வெட்டுத் துண்டுகள்	Cutouts
தரவு	Data
பத்தின் கூரான	Decimal
தசம புள்ளி	Decimal point
பரிமாணம்	Dimension
வெவ்வேறான தரவுகள் (தொடர்ச்சியற்ற)	Discrete data
வகுபடும் எண்	Dividend
வகுக்கும் எண்	Divisor
மதிப்பிடுதல்	Estimation
காரணிப்படுத்துதல்	Factorisation
காரணிகள்	Factors
திருப்பம்	Flip Turn
நிகழ்வெண்	Frequency
வரைபடம்	Graph
நூறில் ஒரு பங்கு	Hundredths

முற்றொருமை	Identity
அசமத்தன்மை	Inequality
அசமன்பாடுகள்	Inequations
கடன் அளிப்பவர்	Lender
சுழறசிமையம்	Line of reflection center of rotation
இடைநிலை	Median
முகடு	Mode
ஒருறுப்புக் கோவை	Monomials
எண்கோடு	Number line
ஓர் ஆண்டுக்கு	Per annum
சதவீதம்	Percentage
இட மதிப்பு	Place Value
அசல்	Principal
வீச்சு	Range
வட்டிவிகிதம்	Rate of Interest
பிரதியிடும் கணம்	Replacement set
தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட மதிப்பு (பிரதிநிதி)	Representative value
தனிவட்டி	Simple interest
தீர்வு கணம்	Solution set
நேர்க்கோட்டு குறிகள்	Tally Marks
பத்தாவதாக	Tenths
ஆயிரத்தில் ஒரு பங்கு	Thousandths
உருமாற்றம்	Transformation

7ஆம் வகுப்பு–கணக்கு, பருவம்–III
பாடநூல் உருவாக்கக் குழு

மேலாய்வாளர்

- முனைவர். இரா. இராமானுஜம்,
  போராசிரியர்,
  கணித அறிவியல் நிறுவனம்
  தரமணி, சென்னை.

பாடநூல் வல்லுநர்

- முனைவர். ச. அன்னாள் தேவ பிரியதர்ஷினி,
  உதவி பேராசிரியர், கணிதத்துறை,
  சென்னை கிறித்துவ கல்லூரி, சென்னை

பாடநூல் உருவாக்கம்

- ம.கி. இலலிதா
  பட்டதாரி ஆசிரியர் (கணிதம்)
  அ.ம.மே.நி.பள்ளி
  காட்பாடி, வேலூர் மாவட்டம்.
- கோ.பா. செந்தில் குமார்
  பட்டதாரி ஆசிரியர்,(கணிதம்)
  அரசு உயர் நிலைப் பள்ளி,
  இறைவன்காடு, வேலூர் மாவட்டம்
- எம்.ஜே.சாந்தி,
  பட்டதாரி ஆசிரியர்(கணிதம்),
  ஊ.ஒ.ந.நி.பள்ளி, கன்னங்குறிச்சி, சேலம்
  ஊரகம், சேலம் மாவட்டம்.
- மெ.பழனியப்பன்,
  பட்டதாரி ஆசிரியர் (கணிதம்),
  சாத்தப்பா அரசு மேல்நிலைப் பள்ளி,
  நெற்குப்பை, சிவகங்கை மாவட்டம்.
- ஏ.கே.டி. சாந்தமூர்த்தி,
  பட்டதாரி ஆசிரியர்(கணிதம்)
  அ.மே.நி.பள்ளி, கொளக்குடி,
  திருவண்ணாமலை மாவட்டம்.
- பா. மலர்விழி,
  பட்டதாரி ஆசிரியர்(கணிதம்),
  சென்னை உயர்நிலைப் பள்ளி,
  ஸ்ட்ரஹான்ஸ் சாலை,
  பட்டாளம், சென்னை.
- ஆ. இரவி,
  பட்டதாரி ஆசிரியர்(கணிதம்),
  அரசினர் உயர்நிலைப் பள்ளி,
  ஆயிலம், வேலூர் மாவட்டம்.

பாடப்பொருள் ஆய்வாளர்

- முனைவர். மு.ப.ஜெயராமன்,
  துணைப் பேராசிரியர்,
  L.N. அரசுகலைக் கல்லூரி,
  பொன்னேரி.

இந்நூல் 80 ஜி.எஸ்.எம் எலிகண்ட் மேப்லித்தோ தாளில்
அச்சிடப்பட்டுள்ளது
ஆப்செட் முறையில் அச்சிட்டோர்:

கல்வி ஆலோசகர்

- முனைவர். பொன். குமார்
  இணை இயக்குநர் (பாடத்திட்டம்)
  மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்
  சென்னை.

ஒருங்கிணைப்பாளர்

- டி. ஜோஷ்வா எடிசன்
  விரிவுரையாளர்,
  மாவட்ட ஆசிரியர் கல்வி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்,
  களியாம்பூண்டி, காஞ்சிபுரம் மாவட்டம்.

இணையச் செயல்பாடு ஒருங்கிணைப்பாளர்

- டி. வாசு ராஜ்,
  முதுகலை ஆசிரியர் மற்றும் துறைத் தலைவர் (கணிதம்),
  கே.ஆர்.எம். பொதுப் பள்ளி,
  செம்பியம், சென்னை.

கலை மற்றும் வடிவமைப்புக்குழு

பக்கவடிவமைப்பாளர்கள்

- கி. ஜெரால்டு வில்சன்
- ம. இயேசு ரத்தினம்
- ப. யோகேஷ்
- பி. பிரசாந்த்

In House QC

- ராஜேஷ் தங்கப்பன்

வடிவமைப்பு ஒருங்கிணைப்பாளர்

- ரமேஷ் முனிசாமி, சென்னை

தட்டச்சு

- ஆ.பழனிவேல்
  தட்டச்சர், மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி மற்றும்
  பயிற்சி நிறுவனம், சென்னை
- மு. சத்யா
  பெருங்களத்தூர், சென்னை

EMIS தொழில்நுட்பக் குழு

இரா.மா.சதீஸ்
மாநில ஒருங்கிணைப்பாளர் தொழில்நுட்பம்,
கல்வி மேலாண்மை தகவல் முறைமை,
ஒருங்கிணைந்த பள்ளிக்கல்வி இயக்ககம்.

இரா. அருண் மாருதி செல்வன்,
தொழில்நுட்ப திட்டபணி ஆலோசகர்,
கல்வி மேலாண்மை தகவல் முறைமை,
ஒருங்கிணைந்த பள்ளிக்கல்வி இயக்ககம்.

க. ப. சத்தியநாராயணா,
தகவல் தொழில்நுட்ப ஆலோசகர்,
கல்வி மேலாண்மை தகவல் முறைமை,
ஒருங்கிணைந்த பள்ளிக்கல்வி இயக்ககம்.